



I 수와 연산

☒ 제곱근의 뜻과 표현

- 제곱근 : 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, x 를 a 의 제곱근이라고 한다. 즉, $x^2=a$ 일 때, x 는 a 의 제곱근이다.
예) $4^2=16$, $(-4)^2=16$ 이므로 4와 -4는 16의 제곱근이다.
- 제곱근의 개수
 - 양수의 제곱근은 양수와 음수의 2개이고, 이 두 수의 절댓값은 서로 같다.
 - 0의 제곱근은 0 하나뿐이다.
 - 음수의 제곱근은 없다.
- 제곱근의 표현
 - 양수 a 의 제곱근 중에서 양의 제곱근을 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근을 $-\sqrt{a}$ 로 나타낸다.
 - 양수 a 에 대하여 $\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{a}$ 를 함께 $\pm\sqrt{a}$ 로 나타내기도 한다.

☒ 제곱근의 성질과 대소 관계

- 제곱근의 성질 : $a>0$ 일 때
 - $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$
 - $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$
- 제곱근의 대소 관계 : $a>0$, $b>0$ 일 때
 - $a<b$ 이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$
 - $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ 이면 $a<b$

☒ 무리수와 실수

- 무리수 : 유리수가 아닌 수, 즉 순환하지 않는 무한소수
- 실수 : 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

☒ 실수와 수직선

- 유리수와 수직선 : 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- 무리수와 수직선 : 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- 실수와 수직선 : 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다.

☒ 실수의 대소 관계

두 실수 a , b 에 대하여

- $a-b>0$ 이면 $a>b$
- $a-b=0$ 이면 $a=b$
- $a-b<0$ 이면 $a<b$

☒ 제곱근의 곱셈과 나눗셈

$a>0$, $b>0$ 이고, m , n 이 유리수일 때

- 제곱근의 곱셈
 - $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
 - $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$
- 제곱근의 나눗셈
 - $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
 - $m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}}$

☒ 근호가 있는 식의 변형

$a>0$, $b>0$ 일 때

$$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}, \sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

☒ 분모의 유리화

- 분모의 유리화 : 분모에 근호가 있을 때, 분모, 분자에 0이 아닌 수를 곱하여 분모의 근호를 없애고 분모를 유리수로 고치는 것

$$a>0, b>0 \text{ 일 때, } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

☒ 제곱근의 덧셈과 뺄셈

근호 안의 수가 같을 때, 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 다항식에서 동류항의 덧셈과 뺄셈을 하는 것과 같은 방법으로 계산한다.

m , n 이 유리수이고, $a>0$ 일 때

$$(1) \text{ 덧셈 : } m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$$

$$(2) \text{ 뺄셈 : } m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$$

☒ 근호가 있는 복잡한 식의 계산

- 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
- 근호 안에 제곱인 인수가 있으면 제곱근의 성질 $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$ 를 이용한다.
- 분모에 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.
- 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한 후 근호 안의 수가 같은 것끼리 모아 덧셈, 뺄셈을 한다.

☒ 제곱근의 근삿값

- 제곱근표 : 1.00부터 99.9 사이에 있는 수의 양의 제곱근의 근삿값을 소수점 아래 셋째 자리까지 계산해 놓은 표
- 제곱근표를 읽는 방법 : 제곱근표를 이용하여 제곱근의 근삿값을 구할 때에는 제곱근표에서 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 찾는다.
- 제곱근표에 없는 수의 근삿값

$$\textcircled{1} 100 \text{보다 큰 수의 제곱근의 근삿값 : } \sqrt{100a} = 10\sqrt{a}, \sqrt{10000a} = 100\sqrt{a}, \dots$$

$$\textcircled{2} 1 \text{보다 작은 수의 제곱근의 근삿값 : } \sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{10},$$

$$\sqrt{\frac{a}{10000}} = \frac{\sqrt{a}}{100}, \dots$$

예) $\sqrt{3} \approx 1.732$ 일 때,

$$\textcircled{1} \sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = 10\sqrt{3} \approx 10 \times 1.732 = 17.32$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} \approx \frac{1.732}{10} = 0.1732$$

II 식의 계산

☒ 인수분해

- 인수분해 : 하나의 다항식을 두 개 이상의 단항식이나 다항식의 곱으로 나타내는 것

$$x^2 + 4x + 3 \xrightleftharpoons[\text{전개}]{\text{인수분해}} (x+1)(x+3)$$

- 인수 : 다항식을 인수분해하였을 때, 곱해진 각각의 식
- 공통인수 : 다항식의 각 항에 공통으로 들어 있는 인수



☒ 인수분해 공식

(1) 완전제곱식을 이용한 인수분해

① 완전제곱식 : 다항식의 제곱으로 된 식 또는 여기에 상수를 곱한 식

$$\text{예) } (a+b)^2, (x+2)^2, 2(x-3)^2$$

② 완전제곱식을 이용한 인수분해

$$\bullet a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$\bullet a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

(2) 합·차의 곱을 이용한 인수분해

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

☒ 인수분해 공식

(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$] 완전제곱식

(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ - 합차 공식

(3) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(4) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

☒ 인수분해 공식의 활용

(1) 복잡한 식의 인수분해

① 공통인수가 있으면 공통인수로 묶어낸다.

② 공통인 식이 있으면 한 문자로 치환한다.

③ 항이 여러 개인 경우 적당한 항끼리 묶는다.

④ 문자가 여러 개인 경우 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

(2) 수의 계산 : 인수분해 공식을 이용하여 수를 계산하면 편리하다.

(3) 식의 값 : 주어진 식을 인수분해한 후, 문자의 값을 대입하여 식의 값을 구한다.

3 문학의 아름다움과 가치

☒ 이차방정식

(1) x 에 관한 이차방정식 : 방정식의 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하였을 때, $(x$ 에 관한 이차식) $=0$ 의 꼴로 변형되는 방정식

(2) 이차방정식의 일반형 : x 에 관한 이차방정식은

$$ax^2+bx+c=0(\text{단, } a \neq 0, a, b, c \text{ 는 상수}) \text{와 같이 나타낸다.}$$

☒ 이차방정식의 해(근)

(1) 이차방정식의 해 : 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 을 참이 되게 하는 미지수 x 의 값을 이차방정식의 ‘해’ 또는 ‘근’이라고 한다.

예) $x=-1$ 을 이차방정식 $x^2+2x+1=0$ 에 대입하면

$$(-1)^2+2 \times (-1)+1=0(\text{참}) \text{이므로}$$

$$x=-1 \text{은 } x^2+2x+1=0 \text{의 해이다.}$$

(2) 이차방정식을 푼다 : 이차방정식의 해를 모두 구하는 것

☒ 이차방정식의 풀이

(1) $AB=0$: 두 식 A, B 에 대하여

$$AB=0 \text{이면 } A=0 \text{ 또는 } B=0 \text{이다.}$$

(2) 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

① 이차방정식을 정리한다. : $ax^2+bx+c=0$

② 좌변을 인수분해한다. : $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

③ $AB=0$ 의 성질을 이용하여 해를 구한다. : $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$

(3) 이차방정식의 중근

① 중근 : 이차방정식의 두 근이 중복되어 서로 같을 때, 이 근을 중근이라고 한다.

② 중근을 가질 조건 : 이차방정식이 (완전제곱식) $=0$ 의 꼴로 인수분해된다.

(4) 제곱근의 성질을 이용한 이차방정식의 풀이

① 이차방정식 $x^2=k(k \geq 0)$ 의 해 : $x=\pm\sqrt{k}$

② 이차방정식 $(x-p)^2=q(q \geq 0)$ 의 해 : $x-p=\pm\sqrt{q}$
 $\Rightarrow x=p \pm \sqrt{q}$

(5) 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 좌변이 인수분해되지 않을 때, 이차방정식을 $(x-p)^2=q$ 의 꼴로 고쳐 제곱근의 성질을 이용하여 푼다.

① 이차항의 계수를 1로 만든다.

② 상수항을 우변으로 이항한다.

③ 양변에 $\left(\frac{x \text{의 계수}}{2}\right)^2$ 을 더한다.

④ 좌변을 완전제곱식으로 정리한다.

⑤ 제곱근의 성질을 이용하여 해를 구한다.

☒ 이차방정식의 근의 공식

(1) 이차방정식의 근의 공식

① x 에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 의 해는

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ (단, } b^2-4ac \geq 0)$$

② x 의 계수가 짝수인 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0(a \neq 0)$ 의

$$\text{해는 } x=\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a} \text{ (단, } b'^2-ac \geq 0)$$

(2) 복잡한 이차방정식의 풀이

① 계수가 소수일 때는 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.

② 계수가 분수일 때는 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

☒ 이차방정식의 활용

(1) 근의 개수 : 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 에서

① $b^2-4ac > 0$ 이면 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

② $b^2-4ac = 0$ 이면 한 개의 근(중근)을 갖는다.

③ $b^2-4ac < 0$ 이면 근이 없다.

(2) 근과 계수와의 관계 : 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\text{① 두 근의 합 : } \alpha+\beta=-\frac{b}{a} \quad \text{② 두 근의 곱 : } \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

(3) 이차방정식 구하기

① 두 근이 α, β 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은

$$a(x-\alpha)(x-\beta)=0(\text{단, } a \neq 0)$$

② $x=\alpha$ 를 중근으로 갖고, x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은

$$a(x-\alpha)^2=0$$

(4) 이차방정식의 활용 문제 풀이 순서

미지수 정하기 $\rightarrow$ 이차방정식 세우기 $\rightarrow$ 이차방정식 풀기 $\rightarrow$ 문제에 맞는 답 고르기



IV 이차함수

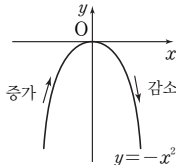
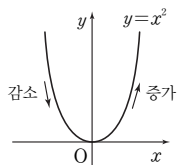
이차함수와 그 그래프

- (1) 이차함수의 뜻 : 실수의 집합을 각각 정의역과 공역으로 하는 함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 관한 이차식

$$y=ax^2+bx+c \quad (a, b, c \text{는 상수}, a \neq 0)$$

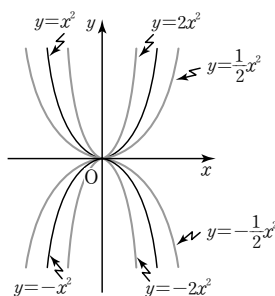
로 나타내어질 때, 이 함수 f 를 x 에 관한 이차함수라고 한다.

- (2) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 (3) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프



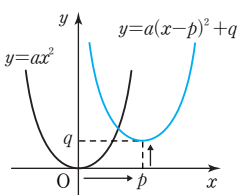
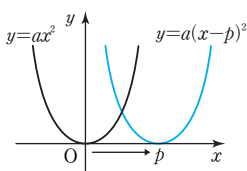
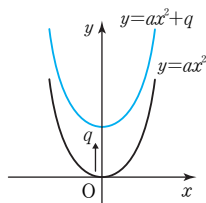
이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프

- (1) 원점 O 를 꼭짓점으로 한다.
 (2) y 축에 대하여 대칭이다.
 즉, 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
 (3) a 의 부호
 ① $a>0$ 일 때, 아래로 볼록하다.
 ② $a<0$ 일 때, 위로 볼록하다.
 (4) a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 (5) $y=ax^2$ 의 그래프와 $y=-ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

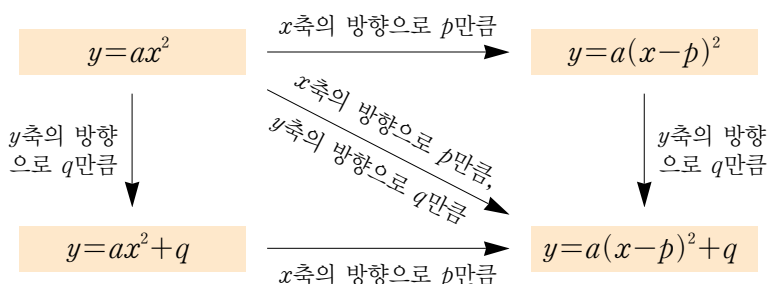


이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

- (1) 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프
 ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ② 꼭짓점의 좌표 : $(0, q)$
 ③ 축의 방정식 : $x=0$ (y 축)
 (2) 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프
 ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ② 꼭짓점의 좌표 : $(p, 0)$
 ③ 축의 방정식 : $x=p$
 (3) 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프
 ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ② 꼭짓점의 좌표 : (p, q)
 ③ 축의 방정식 : $x=p$



이차함수의 평행이동



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- (1) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- ① 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳐서 그린다.

$$\text{즉, } y=ax^2+bx+c \Rightarrow y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

- ② 꼭짓점의 좌표 : $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

- ③ 축의 방정식 : $x=-\frac{b}{2a}$

- ④ y 축과의 교점의 좌표 : $(0, c)$

- (2) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호

- ① a 의 부호 : 그래프의 모양에 따라 결정

- 포물선이 아래로 볼록 $\Rightarrow a>0$
- 포물선이 위로 볼록 $\Rightarrow a<0$

- ② b 의 부호 : 축의 위치에 따라 결정

- 축이 y 축의 왼쪽에 위치 $\Rightarrow a, b$ 는 서로 같은 부호
- 축이 y 축의 오른쪽에 위치 $\Rightarrow a, b$ 는 서로 다른 부호
- 축이 y 축과 일치 $\Rightarrow b=0$

- ③ c 의 부호 : y 절편의 부호

- y 절편이 양수 $\Rightarrow c>0$
- y 절편이 음수 $\Rightarrow c<0$
- y 절편이 0 $\Rightarrow c=0$

- (3) 이차함수의 식 구하기

- ① 꼭짓점의 좌표 (p, q) 와 그래프 위의 한 점을 알 때 :
 $y=a(x-p)^2+q$ 에 주어진 한 점의 좌표를 대입하여 a 의 값을 구한다.
 ② 축의 방정식 $x=p$ 와 그래프 위의 두 점을 알 때 :
 $y=a(x-p)^2+q$ 에 주어진 두 점의 좌표를 대입하여 a, q 의 값을 구한다.
 ③ 그래프 위의 서로 다른 세 점을 알 때 : $y=ax^2+bx+c$ 에 주어진 세 점의 좌표를 대입하여 a, b, c 의 값을 구한다.
 ④ x 축과의 교점 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 과 다른 한 점을 알 때 :
 $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ 에 주어진 한 점의 좌표를 대입하여 a 의 값을 구한다.

이차함수의 최댓값과 최솟값

- (1) 함수의 최댓값과 최솟값

- ① 최댓값 : 함수의 정의역의 각 원소에 대응하는 함수값 중 가장 큰 값
 ② 최솟값 : 함수의 정의역의 각 원소에 대응하는 함수값 중 가장 작은 값

- (2) 이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳤을 때

- ① $a>0$ 일 때

- $x=p$ 에서 최솟값 q 를 가진다.
- 최댓값은 없다.
- 치역은 $\{y|y \geq q\}$ 이다.

- ② $a<0$ 일 때

- $x=p$ 에서 최댓값 q 를 가진다.
- 최솟값은 없다.
- 치역은 $\{y|y \leq q\}$ 이다.



이차함수의 활용 문제

- 이차함수의 활용 문제 풀이 순서
 - 문제의 뜻을 파악하고 두 변수 x, y 를 정한다.
 - 변수 x, y 사이의 관계를 식으로 나타내고, x 의 값의 범위를 정한다.
 - 이차함수의 최댓값 또는 최솟값을 구한다.
 - 구한 답이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

V 통계

대푯값

- 대푯값 : 자료 전체의 특징을 대표하는 값으로 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있으며 평균이 주로 사용된다.
- 대푯값의 종류
 - 평균 : 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값
 즉, $(\text{평균}) = \frac{(\text{변량})의 총합}{(\text{변량})의 개수}$
 - 중앙값 : 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 중앙에 오는 값
 - 자료의 개수 n 이 홀수일 때 : $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료의 값
 - 자료의 개수 n 이 짝수일 때 : $\frac{n}{2}$ 번째와 $(\frac{n}{2}+1)$ 번째 자료의 값의 평균
 - 최빈값 : 자료의 값 중에서 가장 많이 나타나는 값
 - 자료의 값 중에서 도수가 가장 큰 값이 한 개 이상 있으면 그 값이 모두 최빈값이다.
 - 각 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.

산포도

- 산포도 : 대푯값을 중심으로 자료가 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값
- 편차 : 어떤 자료의 각 변량에서 평균을 뺀 값
 즉, $(\text{편차}) = (\text{변량}) - (\text{평균})$
- 편차의 성질
 - 편차의 총합은 항상 0이다.
 - 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이고, 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

분산과 표준편차

- 분산 : 편차의 제곱의 평균
 즉, $(\text{분산}) = \frac{(\text{편차})^2의 총합}{(\text{변량})의 개수}$
- 표준편차 : 분산의 양의 제곱근, 즉 $(\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})}$

도수분포표에서의 분산과 표준편차

- $(\text{편차}) = (\text{계급값}) - (\text{평균})$
- $(\text{분산}) = \frac{\{(\text{편차})^2 \times (\text{도수})\}의 총합}{(\text{도수})의 총합}$
- $(\text{표준편차}) = \sqrt{(\text{분산})}$

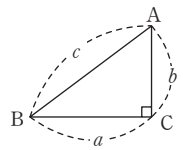
VI 피타고라스의 정리

피타고라스의 정리

- 피타고라스의 정리 : 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b 라 하고, 빗변의 길이를 c 라 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이 성립한다.

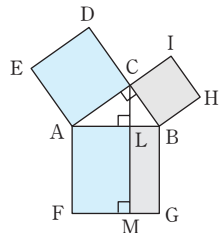
참고 직각삼각형의 변의 길이 : 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때, 피타고라스의 정리를 이용하면 나머지 한 변의 길이를 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \bullet a &= \sqrt{c^2 - b^2} \\ \bullet b &= \sqrt{c^2 - a^2} \\ \bullet c &= \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$



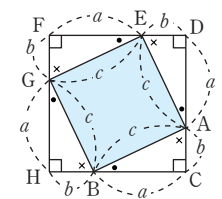
- 피타고라스의 정리의 증명 ① - 유클리드의 증명

$$\begin{aligned} \square ACDE &= \square AFML, \\ \square BHIC &= \square LMGB \text{ 이므로} \\ \square ACDE + \square BHIC &= \square AFGB \\ \Rightarrow \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 &= \overline{AB}^2 \end{aligned}$$



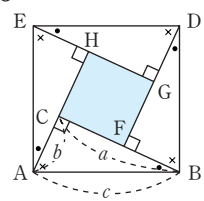
- 피타고라스의 정리의 증명 ② - 피타고라스의 정리

$$\begin{aligned} ① \triangle ABC &\equiv \triangle EAD \equiv \triangle GEF \\ &\equiv \triangle BGH \text{ (SAS 합동)} \\ ② \square CDFH, \square AEGB &\text{는 정사각형} \\ ③ \square CDFH &= 4\triangle ABC + \square AEGB \text{ 이므로} \\ (a+b)^2 &= 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2 \quad \therefore a^2 + b^2 = c^2 \end{aligned}$$

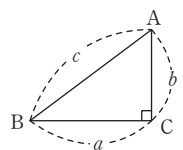


- 피타고라스의 정리의 증명 ③ - 바스카라의 증명

$$\begin{aligned} ① \triangle ABC &\equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH \\ ② \square ABDE, \square CFGH &\text{는 정사각형} \\ ③ \square ABDE &= 4\triangle ABC + \square CFGH \text{ 이므로} \\ c^2 &= 4 \times \frac{1}{2}ab + (a-b)^2 \quad \therefore a^2 + b^2 = c^2 \end{aligned}$$

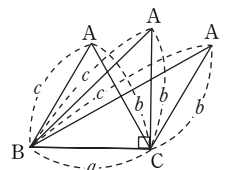


- 피타고라스의 정리의 역 : 세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$
 즉, $\triangle ABC$ 는 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.



삼각형의 각과 변 사이의 관계

- 삼각형의 각의 크기에 대한 변의 길이
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ 라 할 때
 - $\angle C < 90^\circ$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$
 - $\angle C = 90^\circ$ 이면 $c^2 = a^2 + b^2$
 - $\angle C > 90^\circ$ 이면 $c^2 > a^2 + b^2$
- 삼각형의 변의 길이에 대한 각의 크기
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{AC} = b$ 일 때 (단, $\overline{AB}$ 는 가장 긴 변)
 - $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 $\angle C < 90^\circ$ 인 예각삼각형이다.
 - $c^2 = a^2 + b^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
 - $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 $\angle C > 90^\circ$ 인 둔각삼각형이다.





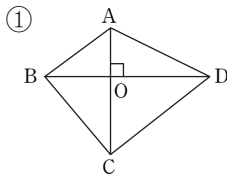
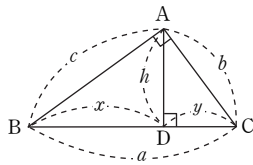
※ 피타고라스의 정리의 이용

- (1) 직각삼각형의 닮음을 이용한 성질
△ABC에서 $\angle A=90^\circ$ 이고 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때

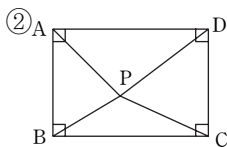
- ① 피타고라스의 정리 : $a^2=b^2+c^2$
② 닮음 관계 : $c^2=ax$, $b^2=ay$, $h^2=xy$
③ 넓이 관계 : $bc=ah$

- (2) 사각형에서 피타고라스의 정리의 이용

- ① □ABCD에서 두 대각선이 서로 직교
하면
 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$



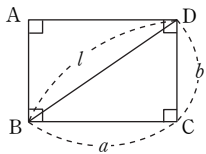
- ② 직사각형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P가 있을 때
 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$



※ 평면도형에서의 활용

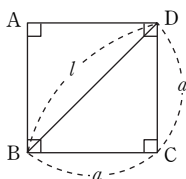
- (1) 직사각형의 대각선의 길이 : 가로와 세로의 길이가 각각 a , b 인 직사각형의 대각선의 길이를 l 이라 하면

$$l=\sqrt{a^2+b^2}$$



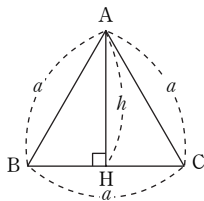
- (2) 정사각형의 대각선의 길이 : 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 대각선의 길이를 l 이라 하면

$$l=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$$



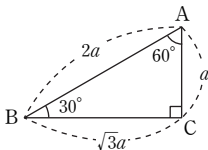
- (3) 정삼각형의 높이와 넓이 : 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 높이를 h , 넓이를 S 라 하면

$$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a, \quad S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

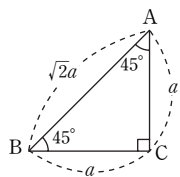


- (4) 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비

- ① 세 내각의 크기가 30° , 60° , 90° 인 직각삼각형에서 세 변의 길이의 비
 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=2:\sqrt{3}:1$



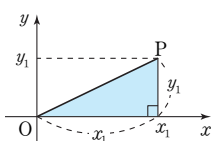
- ② 세 내각의 크기가 45° , 45° , 90° 인 직각삼각형에서 세 변의 길이의 비
 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=\sqrt{2}:1:1$



- (5) 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

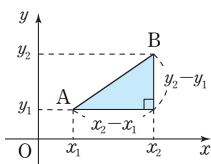
- ① 좌표평면 위의 원점 O와 한 점 $P(x_1, y_1)$ 사이의 거리는

$$\overline{OP}=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$$



- ② 좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리는

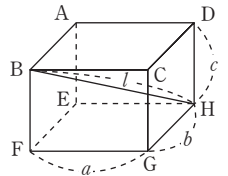
$$\overline{AB}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



※ 입체도형에서의 활용

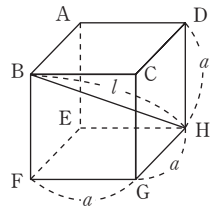
- (1) 직육면체의 대각선의 길이 : 세 모서리의 길이가 각각 a , b , c 인 직육면체의 대각선의 길이를 l 이라 하면

$$l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$



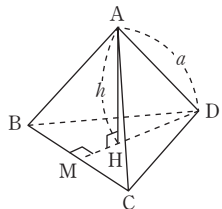
- (2) 정육면체의 대각선의 길이 : 한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이를 l 이라 하면

$$l=\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\sqrt{3}a$$



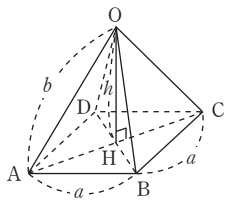
- (3) 정사면체의 높이와 부피 : 한 모서리의 길이가 a 인 정사면체의 높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h=\frac{\sqrt{6}}{3}a, \quad V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$$



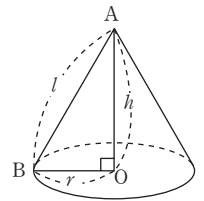
- (4) 정사각뿔의 높이와 부피 : 밑면의 한 변의 길이가 a 이고, 옆면의 모서리의 길이가 b 인 정사각뿔의 높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h=\sqrt{b^2-\frac{1}{2}a^2}, \quad V=\frac{1}{3}a^2h$$

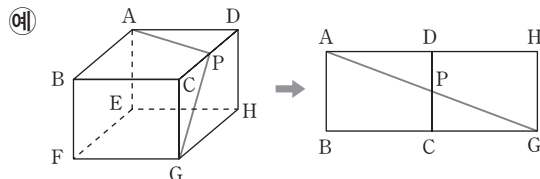


- (5) 원뿔의 높이와 부피 : 밑면인 원의 반지름의 길이가 r , 모선의 길이가 l 인 원뿔의 높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h=\sqrt{l^2-r^2}, \quad V=\frac{1}{3}\pi r^2h$$



- (6) 입체도형에서의 최단 거리 : 입체도형의 겉면 위의 두 점 사이의 최단 거리는 전개도에서 두 점을 잇는 선분의 길이와 같다.



VII 삼각비

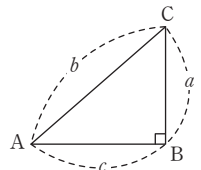
※ 삼각비

- (1) 삼각비 : $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a , b , c 라 하면

$$\textcircled{1} \sin A = \frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})} = \frac{a}{b}$$

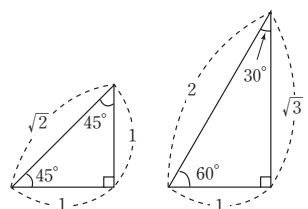
$$\textcircled{2} \cos A = \frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})} = \frac{c}{b}$$

$$\textcircled{3} \tan A = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})} = \frac{a}{c}$$



- (2) 30° , 45° , 60° 의 삼각비의 값

	A	30°	45°	60°
삼각비				
$\sin A$		$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$





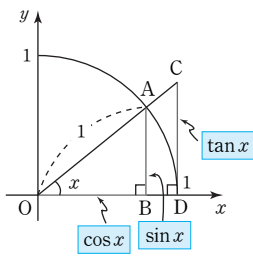
삼각비의 값

(1) 예각의 삼각비 : 반지름의 길이가 1인 사분원에서 임의의 예각을 x 라 하면

$$\textcircled{1} \sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\textcircled{2} \cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

$$\textcircled{3} \tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$



(2) 0° , 90° 의 삼각비의 값

삼각비 x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
0°	0	1	0
90°	1	0	정할 수 없다.

(3) 삼각비의 표를 이용하여 삼각비의 값 구하기 : $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

인 삼각비를 소수점 아래 다섯째 자리에서 반올림하여 얻

은 근삿값으로 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수가 삼각비의 근삿값이다.

각도	$\sin$	$\cos$	$\tan$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
12°	0.2079	0.9781	0.2126

삼각비의 활용

(1) 직각삼각형에서 변의 길이 구하기

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

$\textcircled{1}$ $\angle A$ 의 크기와 빗변의 길이 c 를 알 때

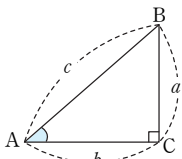
$$a = c \sin A, \quad b = c \cos A$$

$\textcircled{2}$ $\angle A$ 의 크기와 밑변의 길이 b 를 알 때

$$a = b \tan A, \quad c = \frac{b}{\cos A}$$

$\textcircled{3}$ $\angle A$ 의 크기와 높이 a 를 알 때

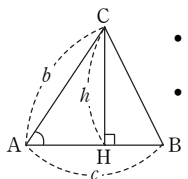
$$b = \frac{a}{\tan A}, \quad c = \frac{a}{\sin A}$$



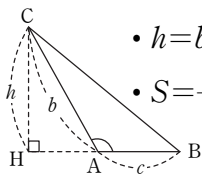
(2) 삼각형의 넓이 : $\triangle ABC$ 에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기를 알면 삼각형의 넓이 S 를 구할 수 있다.

$\textcircled{1}$ $\angle A$ 가 예각인 경우

$\textcircled{2}$ $\angle A$ 가 둔각인 경우



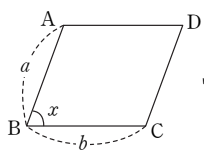
$$\begin{aligned} &\bullet h = b \sin A \\ &\bullet S = \frac{1}{2} bc \sin A \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &\bullet h = b \sin (180^\circ - A) \\ &\bullet S = \frac{1}{2} bc \sin (180^\circ - A) \end{aligned}$$

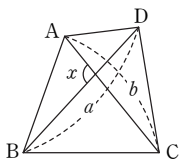
(3) 사각형의 넓이

$\textcircled{1}$ 평행사변형 넓이



$$S = ab \sin x$$

$\textcircled{2}$ 사각형의 넓이



$$S = \frac{1}{2} ab \sin x$$

VIII 원과 직선

원과 직선

(1) 중심각에 대한 호와 현 : 한 원 또는 합동인 두 원에서

$\textcircled{1}$ 크기가 같은 두 중심각에 대한 호의 길이와 현의 길이는 각각 같다.

$\textcircled{2}$ 길이가 같은 두 호 또는 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

(2) 현의 수직이등분선

$\textcircled{1}$ 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분한다.

$$\Rightarrow \overline{OH} \perp \overline{AB} \text{ 이면 } \overline{AH} = \overline{BH}$$

$\textcircled{2}$ 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

(3) 현의 길이 : 한 원 또는 합동인 두 원에서

$\textcircled{1}$ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

$$\Rightarrow \overline{OM} = \overline{ON} \text{ 이면 } \overline{AB} = \overline{CD}$$

$\textcircled{2}$ 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD} \text{ 이면 } \overline{OM} = \overline{ON}$$

(4) 원의 접선과 반지름

$\textcircled{1}$ 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

$$\Rightarrow \overline{OT} \perp l$$

$\textcircled{2}$ 원 위의 한 점을 지나고, 그 점을 지나는 반지름에 수직인 직선은 이 원의 접선이다.

(5) 원의 접선

$\textcircled{1}$ 접선의 길이 : 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 접선을 그을 때, 점 P에서 접점에 이르는 거리

$\textcircled{2}$ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

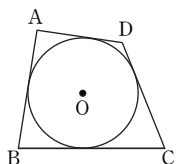
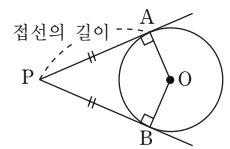
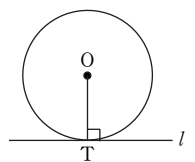
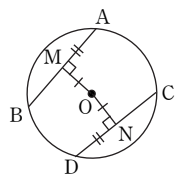
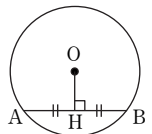
$$\Rightarrow \overline{PA} = \overline{PB}$$

(6) 원의 외접사각형의 성질

$\textcircled{1}$ 원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같다.

$$\Rightarrow \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

$\textcircled{2}$ 두 쌍의 대변의 길이의 합이 서로 같은 사각형은 원에 외접한다.



원주각

(1) 원주각과 중심각의 크기

$\textcircled{1}$ 원 O에서 호 AB를 제외한 원 위에 한 점 P가 있을 때, $\angle APB$ 를 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이라고 한다.

$\textcircled{2}$ 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$$\Rightarrow \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

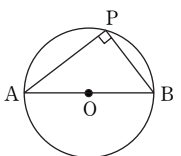
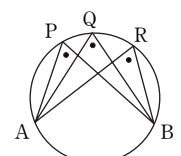
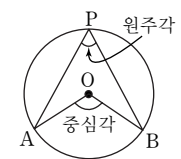
(2) 원주각의 성질

$\textcircled{1}$ 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

$$\Rightarrow \angle APB = \angle AQB = \angle ARB$$

$\textcircled{2}$ 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이다.

$$\Rightarrow \overline{AB} \text{가 원 O의 지름이면 } \angle APB = 90^\circ$$





(3) 원주각의 크기와 호의 길이

한 원 또는 합동인 두 원에서

① 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

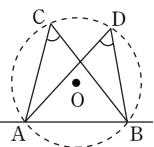
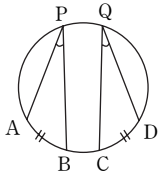
$\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$ 이면 $\angle APB = \angle CQD$

② 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같다.

$\Rightarrow \angle APB = \angle CQD$ 이면 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

③ 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례한다.

(4) 네 점이 한 원 위에 있을 조건 - 원주각
두 점 C, D가 직선 AB에 대하여 같은 쪽에 있고 $\angle ACB = \angle ADB$ 이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

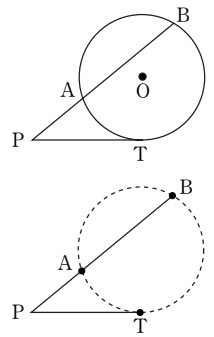


☒ 접선과 할선 사이의 관계

(1) 할선과 접선의 관계 : 원의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 하면

$$PT^2 = PA \cdot PB$$

(2) 접선이 되기 위한 조건 : 한 직선 위에 세 점 P, A, B가 있고, 이 직선 밖에 점 T가 있을 때, $PT^2 = PA \cdot PB$ 이면 PT는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.

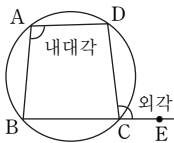
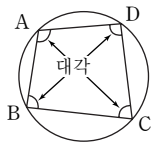


☒ 원과 사각형

(1) 원에 내접하는 사각형의 성질

① 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180° 이다.

$$\Rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ, \\ \angle B + \angle D = 180^\circ$$



② 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

$$\Rightarrow \angle DCE = \angle A$$

(2) 사각형이 원에 내접하기 위한 조건

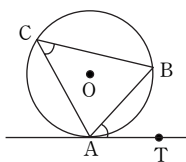
① 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 인 사각형은 원에 내접한다.

② 한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접한다.

☒ 접선과 현이 이루는 각

(1) 접선과 현이 이루는 각 : 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

$$\Rightarrow \angle BAT = \angle BCA$$



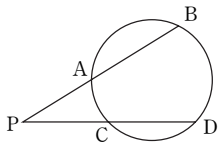
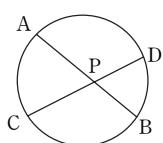
(2) 접선이 되기 위한 조건 : 원 O에서

$\angle BAT = \angle BCA$ 이면 직선 AT는 원 O의 접선이다.

☒ 원과 비례

(1) 원에서의 비례 관계 : 한 원에서 두 현 AB, CD 또는 이들의 연장선이 만나는 점을 P라하면

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$



(2) 네 점이 한 원 위에 있을 조건 - 비례 관계

두 선분 AB, CD 또는 이들의 연장선이 만나는 점을 P라 할 때,

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

