answer & explanation

정답 및 해설

수학 3-1

1강 제곱근과 그 성질

개념체크 p.005

1-1 (1) 3, -3 (2) 0.4, -0.4 (3) $\frac{4}{5}$, $-\frac{4}{5}$ (4) 없다
1-2 (1) $\sqrt{7}$ (2) $-\sqrt{10}$ (3) $\pm\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{0.3}$ **2-1** (1) 5
(2) 13 (3) 2 (4) -7 **2-2** (1) $3a$ (2) $-3a$ **3-1**
(1) A의 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$, B의 한 변의 길이 : $\sqrt{7}$ (2)
$\sqrt{5}<\sqrt{7}$

기초다지기 p.006~007

1-1 ③ **1-2** -2 **2-1** ④ **2-2** ⑤ **3-1** ③ **3-2** ②
4-1 ④ **4-2** ④ **5-1** ④ **5-2** $7a$ **6-1** ② **6-2** 14
7-1 ⑤ **7-2** ⑤ **8-1** 8개 **8-2** ③

1-1 $x^2=a(a>0)$일 때, a의 제곱근을 x라고 한다.

1-2 $a=\sqrt{16}=4$
$\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{2}$이므로 $b=-\frac{1}{2}$
$\therefore\ ab=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$

2-1 ㉡ 양수의 제곱근은 2개, 0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다.
㉣ $\sqrt{9}=3$의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

2-2 오답풀이
① 0의 제곱근은 0이다.
② 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
③ 음수의 제곱근은 없다.
④ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.

3-1 $\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\frac{3}{4}$, $\pm\sqrt{0.\dot{1}}=\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$, $\pm\sqrt{\frac{1}{81}}=\pm\frac{1}{9}$

3-2 ① $\sqrt{0.16}=0.4$ ③ $\sqrt{144}=12$
④ $\sqrt{\frac{1}{49}}=\frac{1}{7}$ ⑤ $-\sqrt{\frac{4}{25}}=-\frac{2}{5}$

4-1 ④ $-(-\sqrt{11})^2=-11$

4-2 $(-\sqrt{0.25})^2=0.25$의 제곱근은 ±0.5이다.

5-1 (주어진 식)$=9\div3+7\times\frac{1}{7}=3+1=4$

5-2 (주어진 식)$=\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{(3a)^2}=-(-4a)+3a=7a$

6-1 $108x=2^2\times3^3\times x$이므로 $x=3$

Plusα!
근호 안의 수가 제곱수이면 근호를 없애고 자연수로 나타낼 수 있다. $\sqrt{(\text{제곱수})}=\sqrt{(\text{자연수})^2}=(\text{자연수})$

6-2 $\frac{56}{a}=\frac{2^3\times7}{a}$이므로 $a=2\times7=14$

7-1 오답풀이
① $2=\sqrt{4}$이므로 $2>\sqrt{3}$
② $\sqrt{9}>\sqrt{8}$이므로 $-\sqrt{9}<-\sqrt{8}$
③ $-3=-\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{7}>-3$
④ $\sqrt{3}>-\sqrt{5}$

7-2 $-\sqrt{(-3)^2}=-3$
$\sqrt{\frac{1}{12}}<3<\sqrt{15}$이므로 $-\sqrt{\frac{1}{12}}>-3>-\sqrt{15}$

8-1 $4<\sqrt{x}<5$이므로 $\sqrt{16}<\sqrt{x}<\sqrt{25}$ $\therefore\ 16<x<25$
따라서 부등식을 만족하는 정수 x는 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24의 8개이다.

8-2 $5^2<(\sqrt{3x})^2<6^2$이므로 $25<3x<36$ $\therefore\ \frac{25}{3}<x<12$
따라서 부등식을 만족하는 정수 x는 9, 10, 11의 3개이다.

실력다지기 p.008~009

01 ③ **02** 4 **03** ④ **04** ④ **05** 8 **06** ③
07 ① **08** ② **09** 21 **10** ⑤ **11** ③ **12**
② **13** $\sqrt{65}$ cm **14** $\frac{1}{6}$ **15** ⑤ **16** ④

01 오답풀이
① 16의 제곱근은 ±4이다.
② $\sqrt{9^2}$의 값은 9이다.
④ $\sqrt{(-5)^2}=5$이므로 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.
⑤ 제곱근 4는 2이다.

02 $(-7)^2=49$이고 49의 양의 제곱근은 $\sqrt{49}=7$
$\sqrt{(-9)^2}=9$이고 9의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$
따라서 $a=7$, $b=-3$이므로 $a+b=4$이다.

03 ① $\sqrt{25}=5$ ② $\sqrt{100}=10$
③ $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$ ⑤ $\sqrt{\frac{169}{4}}=\frac{13}{2}$

04 ①, ②, ③, ⑤ : 3 ④ : -3

05 (주어진 식)$=\sqrt{7^2}+\sqrt{(-6)^2}\div\sqrt{\left(\frac{6}{4}\right)^2}-(-\sqrt{3})^2$
$=7+6\div\frac{6}{4}-3=7+6\times\frac{4}{6}-3$
$=7+4-3=8$

06 ㉠ $\sqrt{a^2}=-a$ ㉢ $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$
㉥ $\sqrt{16a^2}=\sqrt{(4a)^2}=-4a$

07 $a-3<0$, $a+1>0$이므로
(주어진 식)$=-(a-3)+(a+1)=-a+3+a+1=4$

08 $n=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로
$10<n<50$이므로 $n=5\times2^2$, 5×3^2
즉, $n=20$, 45의 2개이다.

09 $0<19-x<19$이므로 $19-x=1,\ 4,\ 9,\ 16$
$19-x=1$일 때, $x=18$
$19-x=4$일 때, $x=15$
$19-x=9$일 때, $x=10$
$19-x=16$일 때, $x=3$
따라서 $M=18$, $m=3$이므로 $M+m=21$이다.

10 ④ $(-\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{(-2)^2}=2$이므로 $3>2$
⑤ $-3=-\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{9}>-\sqrt{10}$

11 $a=\frac{1}{4}$이라 하면
① $\sqrt{a}=\frac{1}{2}$　③ $a^2=\frac{1}{16}$　④ $\sqrt{\frac{1}{a}}=2$　⑤ $\frac{1}{a}=4$

12 $3^2\le(\sqrt{x+4})^2<5^2$, $9\le x+4<25$　$\therefore 5\le x<21$
따라서 자연수 x는 $5,\ 6,\ 7,\ \cdots,\ 19,\ 20$의 16개이다.
$\therefore n(A)=16$

13 (한 변의 길이가 4 cm인 정사각형의 넓이)$=4\times4=16(\text{cm}^2)$
(한 변의 길이가 7 cm인 정사각형의 넓이)$=7\times7=49(\text{cm}^2)$
두 정사각형의 넓이의 합과 똑같은 넓이를 가진 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$x^2=16+49$, $x^2=65$　$\therefore x=\sqrt{65}\ (\because x>0)$

14 $\sqrt{72ab}=\sqrt{2^3\times3^2\times ab}$이므로
ⅰ) $ab=2$인 경우 : $(a,\ b)$는 $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$
ⅱ) $ab=2\times2^2=8$인 경우 : $(a,\ b)$는 $(2,\ 4)$, $(4,\ 2)$
ⅲ) $ab=2\times3^2=18$인 경우 : $(a,\ b)$는 $(3,\ 6)$, $(6,\ 3)$
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

15 $4=\sqrt{16}<\sqrt{17}$이므로 $4-\sqrt{17}<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=(5+\sqrt{17})+(4-\sqrt{17})=9$

16 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로
$N(1)=N(2)=N(3)=1$
$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$
$N(9)=N(10)=N(11)=N(12)=N(13)=N(14)=N(15)=3$
$\therefore$ (주어진 식)$=1\times3+2\times5+3\times7=3+10+21=34$

서술형 문제　p.010

01 (1) 81　(2) -9　**02** (1) $a<0$, $b>0$　(2) $b-a$, $-2a$, b　(3) a　**03** (1) 4, 5, 6, 7　(2) 3, 4, 5, 6　(3) 15

01 (1) $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=a=81$
(2) $b<0$이고, b는 $a=81$의 제곱근이므로 $b=-9$

02 (1) $ab<0$이므로 a, b의 부호는 서로 다르고
$a<b$이므로 $a<0$, $b>0$
(2) $a<0$, $b>0$이므로 $a-b<0$, $-2a>0$
$a-b<0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=b-a$
$-2a>0$이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-2a$
$b>0$이므로 $\sqrt{b^2}=b$
(3) (주어진 식)$=(b-a)-(-2a)-b$
$=b-a+2a-b=a$

03 (1) $\sqrt{15}<x<\sqrt{50}$에서 $15<x^2<50$
$\therefore x=4,\ 5,\ 6,\ 7$
(2) $4\le\sqrt{6x}\le6$에서 $16\le6x\le36$, $\frac{16}{6}\le x\le6$
$\therefore x=3,\ 4,\ 5,\ 6$
(3) 두 조건을 모두 만족하는 자연수 x는 4, 5, 6이므로
그 합은 $4+5+6=15$이다.

2강 무리수와 실수

개념 체크　p.011

1-1 $\sqrt{2}-1$, $-\sqrt{12}$　**1-2** ②　**2-1** $\sqrt{2}$
3-1 (1) $>$　(2) $<$　(3) $<$　(4) $>$

기초 다지기　p.012~013

1-1 ②　**1-2** ③　**2-1** ③　**2-2** ①　**3-1** ③　**3-2** $\sqrt{5}$
4-1 ③, ⑤　**4-2** ②, ⑤　**5-1** ⑤　**5-2** ②　**6-1** ④
6-2 3개

1-1 $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$, $-\sqrt{0.49}=-0.7$, $-\sqrt{(-0.2)^2}=-0.2$는 유리수이다.
따라서 무리수는 π, $\sqrt{8}$, $-\frac{\sqrt{2}}{9}$의 3개이다.

1-2 ① $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$, $\frac{1}{3}$: 유리수
② $\sqrt{0.01}=0.1$: 유리수
④ -1.4, $\frac{3}{2}$, $-\frac{1}{5}$: 유리수
⑤ $\sqrt{169}=13$, $-\sqrt{16}=-4$: 유리수

2-1 ③ $Q\cup I=R$, $Q\cap I=\varnothing$ 이므로 $Q\not\subset I$

2-2 오답풀이
② $Q\cup I=R$　③ $Q-Z\neq I$
④ $Z\cup I\neq Q$　⑤ $I-R=\varnothing$

3-1 $\mathrm{A}(-\sqrt{2})$, $\mathrm{D}(3+\sqrt{2})$

3-2 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{5}$이고, 점 P는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼의 거리에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{5}$이다.

4-1 ③ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
⑤ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워진다.

4-2 오답풀이

① 자연수는 2개이다.

③ 유리수는 무수히 많다.

④ 무리수는 무수히 많다.

5-1 ⑤ $(6-\sqrt{13})-(\sqrt{40}-\sqrt{13})=6-\sqrt{40}<0$

Plus α!

두 실수 a, b에 대하여 $a-b>0$이면 $a>b$, $a-b=0$이면 $a=b$, $a-b<0$이면 $a<b$

5-2 ①, ③, ④, ⑤ : $>$ ② : $<$

6-1 ④ $\sqrt{3}+1>\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{3}+1$은 $\sqrt{5}$보다 큰 수이다.

6-2 $\sqrt{6}-2\fallingdotseq 0.449<1$, $3>\sqrt{6}$

따라서 1과 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 수의 개수는

2, $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$, $\sqrt{5}$의 3개이다.

실력다지기 p.014~015

01 ② 02 ⑤ 03 ④ 04 ① 05 ④ 06 ④ 07 2 08 ① 09 ① 10 $c<b<a$ 11 ③ 12 ② 13 ③ 14 ①, ④ 15 ③ 16 $2-\sqrt{3}$

01 $\sqrt{9}=3$, $0.23\dot{5}$(순환소수), $\sqrt{(-5)^2}=5$, $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$는 유리수이다.

따라서 무리수는 π, $\sqrt{3}+1$의 2개이다.

02 ① $a^2=(-\sqrt{3})^2=3$

② $(-a)^2=\{-(-\sqrt{3})\}^2=3$

③ $a+\sqrt{3}=(-\sqrt{3})+\sqrt{3}=0$

④ $\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=-3$

⑤ $3a=3\times(-\sqrt{3})=-3\sqrt{3}$

03 ④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다.

04 ㉢ $Q\not\subset I$ ㉣ $N\not\subset I$, $I\not\subset Q$

05 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수는 무리수이다.

① $-\sqrt{9}=-3$(유리수) ② $\sqrt{(-2)^2}=2$(유리수)

③ $0.\dot{4}\dot{8}$(순환소수) ④ $2-\sqrt{2}$(무리수)

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{25}}=-\frac{1}{5}$(유리수)

06 ④ $\overline{AQ}=\sqrt{2}$

07 $\square ABCD=25-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times3\right)=13$이고

$\square ABCD$는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{13}$

따라서 $a=1-\sqrt{13}$, $b=1+\sqrt{13}$이므로 $a+b=2$

08 ㉡ 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

㉣ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

09 ① $3-(1+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}>0$ $\therefore 3>1+\sqrt{3}$

오답풀이

② $(2+\sqrt{3})-(1+2\sqrt{3})=1-\sqrt{3}<0$

$\therefore 2+\sqrt{3}<1+2\sqrt{3}$

③ $(3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$

$\therefore 3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

④ $(-\sqrt{3}-\sqrt{2})-(-\sqrt{2}-1)=-\sqrt{3}+1<0$

$\therefore -\sqrt{3}-\sqrt{2}<-\sqrt{2}-1$

⑤ $(\sqrt{5}+\sqrt{8})-(3+\sqrt{5})=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{8}<3+\sqrt{5}$

10 $a-b=(2+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

$\therefore a>b$ ……㉠

$b-c=(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}+1)=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore b>c$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $c<b<a$

11 $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$ $\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$

따라서 $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점이 있는 구간은 C이다.

12 ② $\sqrt{3}+2=3.732>\sqrt{8}$

13 $\sqrt{a}$가 무리수가 되려면 a가 제곱수가 아니어야 한다.

25보다 작은 자연수 중에서 제곱수는 1, 4, 9, 16의 4개이므로 제곱수가 아닌 수는 $24-4=20$(개)

14 ② $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}\in Q$ ③ $\sqrt{3}\notin Q-Z$

⑤ $\sqrt{169}=13\notin R-Q=I$

15 ② $1<\sqrt{3}<2$, $3<\sqrt{15}<4$이므로 정수는 2, 3의 2개이다.

③ 집합 A의 원소 중 유리수는 무수히 많다.

④ $1<\sqrt{3}<2$, $2<\sqrt{3}+1<3$이므로 $\sqrt{3}+1$은 집합 A에 속한다.

16 큰 수부터 차례대로 나열하면

$3-\sqrt{2}$, $3-\sqrt{3}$, 1, $2-\sqrt{3}$, $2-\sqrt{5}$의 순이다.

서술형 문제 p.016

01 (1) -3 (2) -2 (3) $-2-\sqrt{2}$ 02 20개

03 $7+\sqrt{3}$

01 (1) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는

$(\sqrt{2}-3)-\sqrt{2}=-3$

(2) $\square ABCD$는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 점 B에 대응하는 수는 $-3+1=-2$

(3) $\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{2}$

02 1과 2는 각각 $\sqrt{1}$과 $\sqrt{4}$이고, 그 사이에는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$에 대응되는 2개의 점이 있다. 또, 2와 3은 각각 $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$이고, 그 사이에는 $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$에 대응되는 4개의 점이 있다. 같은 방식으로 하면 10과 11은 각각 $\sqrt{100}$과 $\sqrt{121}$이고, 그 사이에는 $\sqrt{101}$, $\sqrt{102}$, $\cdots$, $\sqrt{120}$에 대응하는 20개의 점이 있다.

03 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로 $-\sqrt{5}$는 점 A에 대응하는 수이다.
$2<\sqrt{6}<3$이므로 $\sqrt{6}$은 점 C에 대응하는 수이다.
$1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$, $0<2-\sqrt{2}<1$이므로 $2-\sqrt{2}$는 점 B에 대응하는 수이다.
$1<\sqrt{3}<2$, $3<2+\sqrt{3}<4$이므로 $2+\sqrt{3}$은 점 D에 대응하는 수이다.
$\therefore$ A$(-\sqrt{5})$, B$(2-\sqrt{2})$, C$(\sqrt{6})$, D$(2+\sqrt{3})$
따라서 $a=-\sqrt{5}$, $b=2+\sqrt{3}$이므로
$a^2+b=(-\sqrt{5})^2+(2+\sqrt{3})=5+2+\sqrt{3}=7+\sqrt{3}$

3강 제곱근의 곱셈과 나눗셈

개념체크 p.017

1-1 (1) $\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (3) $\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{2}$ **2-1** (1) $-4\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{13}}{3}$ **2-2** (1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{12}$ **3-1** (1) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{35}}{14}$ (3) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

기초다지기 p.018~019

1-1 ④ **1-2** ④ **2-1** ③ **2-2** 5배 **3-1** (1) $-6\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{20}$ (4) $-\sqrt{75}$ **3-2** ③ **4-1** (1) a^3b (2) ab^2 **4-2** ③ **5-1** ③ **5-2** $\frac{9}{2}$ **6-1** ⑤ **6-2** ③ **7-1** ① **7-2** (1) 2 (2) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

1-1 (주어진 식)$=12\sqrt{2\times\frac{7}{2}\times3}=12\sqrt{21}$

1-2 ④ $\sqrt{\frac{8}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{4}}=\sqrt{\frac{8}{3}\times\frac{3}{4}}=\sqrt{2}$

2-1 $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18}{5}\times\frac{10}{6}}=\sqrt{6}$

2-2 $\sqrt{15}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{15}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\sqrt{15\times\frac{5}{3}}=5$

3-1 (1) $-\sqrt{72}=-\sqrt{6^2\times2}=-6\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$
(3) $2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$
(4) $-5\sqrt{3}=-\sqrt{5^2\times3}=-\sqrt{75}$

3-2 $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$이므로 $a=4$
$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$이므로 $b=18$
$\therefore a+b=22$

4-1 (1) $\sqrt{24}=\sqrt{2^3\times3}=(\sqrt{2})^3\times\sqrt{3}=a^3b$
(2) $\sqrt{75}=\sqrt{3\times5^2}=\sqrt{3}\times(\sqrt{5})^2=ab^2$

4-2 $\sqrt{60}=2\sqrt{15}=2\sqrt{3}\sqrt{5}=2xy$, $\sqrt{20}=2\sqrt{5}=2y$
$\therefore \sqrt{60}-\sqrt{20}=2xy-2y$

5-1 ③ $\frac{1}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

5-2 $\sqrt{\frac{27}{50}}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{50}}=\frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{10}$
따라서 $a=5$, $b=3$, $c=\frac{3}{10}$이므로
$abc=\frac{9}{2}$

6-1 $\frac{4}{\sqrt{5}-1}=\frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\frac{4(\sqrt{5}+1)}{4}=1+\sqrt{5}$
따라서 $a=1$, $b=1$이므로 $a+b=2$

Plusα!
곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한 분모의 유리화
$\frac{c}{a+\sqrt{b}}=\frac{c(a-\sqrt{b})}{(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})}=\frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$

6-2 $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}=\frac{(\sqrt{3}-2)^2}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$
$=\frac{3-4\sqrt{3}+4}{3-4}=-7+4\sqrt{3}$
따라서 $a=-7$, $b=4$이므로 $a+b=-3$

7-1 (주어진 식)$=\frac{2}{3\sqrt{5}}\times\left(-\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)\times3\sqrt{10}=-\frac{2}{5}$

7-2 (1) (주어진 식)$=\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}=2$
(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

실력다지기 p.020~021

01 ④ **02** 35 **03** ⑤ **04** ② **05** ③ **06** ② **07** 100 **08** ③ **09** ④ **10** 5 **11** ④ **12** $2\sqrt{6}$ cm **13** 3 **14** ④ **15** ④ **16** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ cm

01 ④ $\sqrt{\frac{1}{8}}\div\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)=-\frac{1}{2}$

02 $5\sqrt{\frac{8}{14}}\times\sqrt{\frac{7}{4}}=5\sqrt{\frac{8}{14}\times\frac{7}{4}}=5\sqrt{1}=5$ $\quad\therefore a=5$

$\sqrt{5}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{10}=3\sqrt{5\times2\times10}=3\sqrt{100}=3\times10=30$

$\therefore b=30$

$\therefore a+b=35$

03 ① $\sqrt{8}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$ ④ $3=\sqrt{9}$ ⑤ $2=\sqrt{4}$

04 $\sqrt{50}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\sqrt{50}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{50\times\frac{10}{5}}=\sqrt{100}=10$

05 $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=6$

$3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$ $\quad\therefore b=18$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{6\times18}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$

06 $\sqrt{200}=\sqrt{2^3\times5^2}=(\sqrt{2})^3\times(\sqrt{5})^2=a^3b^2$

07 $\sqrt{0.3}+\sqrt{300}=\frac{\sqrt{30}}{10}+10\sqrt{3}=\frac{1}{10}B+10A$

따라서 $x=10$, $y=\frac{1}{10}$이므로 $\frac{x}{y}=100$

08 $\frac{5}{\sqrt{18}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$이므로 $A=\frac{5}{6}$

$\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$이므로 $B=\frac{1}{6}$

$\therefore A+B=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=1$

09 ㉡ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ $\quad$ ㉣ $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$

10 $\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{(3-2\sqrt{2})^2}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=\frac{9-12\sqrt{2}+8}{9-8}=17-12\sqrt{2}$

따라서 $a=17$, $b=-12$이므로 $a+b=5$

11 (주어진 식)$=8\sqrt{15}\times\frac{1}{4\sqrt{8}}\times3\sqrt{6}$

$=8\sqrt{15}\times\frac{1}{8\sqrt{2}}\times3\sqrt{6}=3\sqrt{45}=9\sqrt{5}$

12 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times x=8\sqrt{6}\pi$, $4x=8\sqrt{6}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{6}}{4}=2\sqrt{6}$(cm)

13 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}\times\sqrt{2a}=\sqrt{2\times3\times a\times12\times2a}$

$=\sqrt{(12a)^2}=12a$ ($\because a>0$)

즉, $12a=36$이므로 $a=3$

14 $a^2+b^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{5})^2=7$이므로 $\sqrt{7}=\sqrt{a^2+b^2}$

15 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$, $\sqrt{5}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{125}}{5}$

$\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{20}}{5}$, $\frac{2}{5}=\frac{\sqrt{4}}{5}$

$\therefore \sqrt{5}>\frac{2}{\sqrt{5}}>\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}>\frac{2}{5}>\frac{\sqrt{2}}{5}$

따라서 큰 수부터 차례대로 나열할 때, 두 번째 오는 수는 $\frac{2}{\sqrt{5}}$이다.

16 정사각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 a, b, c, d라 하면 $a=3b=3\times3c=9\times3d=27d$

따라서 D의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $27x^2=4$

$\therefore x=\sqrt{\frac{4}{27}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$(cm)

서술형 문제 p.022

01 (1) $\sqrt{3ab}$ (2) $\sqrt{3ab}$ (3) 12 **02** (1) $2\sqrt{3}$ (2) $5\sqrt{6}$ (3) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ **03** (1) $20\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{10x}$ (3) $2\sqrt{30}$

01 (1) $a\sqrt{\frac{3b}{a}}=a\times\frac{\sqrt{3b}\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}}=a\times\frac{\sqrt{3ab}}{a}=\sqrt{3ab}$

(2) $3b\sqrt{\frac{a}{3b}}=3b\times\frac{\sqrt{a}\sqrt{3b}}{\sqrt{3b}\sqrt{3b}}=3b\times\frac{\sqrt{3ab}}{3b}=\sqrt{3ab}$

(3) $ab=12$를 대입하면

$a\sqrt{\frac{3b}{a}}+3b\sqrt{\frac{a}{3b}}=\sqrt{3ab}+\sqrt{3ab}=\sqrt{36}+\sqrt{36}$

$=6+6=12$

02 (1) $a=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

(2) $b=\frac{30}{\sqrt{6}}=\frac{30\sqrt{6}}{6}=5\sqrt{6}$

(3) $\frac{b}{a}=\frac{5\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

03 (1) (직사각형의 넓이)$=\sqrt{24}\times\sqrt{50}=2\sqrt{6}\times5\sqrt{2}=20\sqrt{3}$

(2) (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{40}\times x$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}\times x=\sqrt{10}x$

(3) $20\sqrt{3}=\sqrt{10}x$이므로 $x=\frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{20\sqrt{30}}{10}=2\sqrt{30}$

4강 제곱근의 덧셈과 뺄셈

개념체크 p.023

1-1 (1) $2\sqrt{2}$ (2) 0 (3) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ (4) $11\sqrt{2}-3$ **2-1** (1) $\sqrt{6}+\sqrt{10}$ (2) $-3\sqrt{15}+10$ **2-2** (1) $\frac{2-\sqrt{6}}{2}$ (2) $\sqrt{2}-1$ **2-3** (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{2}-4\sqrt{3}$ **3-1** (1) 22.36 (2) 0.7071

기초 다지기 p.024~026

1-1 ② **1**-2 ③ **2**-1 ① **2**-2 ⑤ **3**-1 ③ **3**-2 1
4-1 5 **4**-2 ④ **5**-1 ③ **5**-2 $2-\sqrt{2}$ **6**-1 ② **6**-2 $(4\sqrt{2}+10\sqrt{3})$cm **7**-1 (1) 2.934 (2) 3.008 (3) 8.75 (4) 8.96 **7**-2 2074 **8**-1 (1) 0.1732 (2) 0.5477 (3) 17.32 (4) 54.77 **8**-2 ② **9**-1 ④ **9**-2 ②

1-1 $A=4\sqrt{5},\ B=5\sqrt{2}$이므로 $A-B=4\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

1-2 (주어진 식)$=\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\right)\sqrt{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}=-\frac{7\sqrt{2}}{6}+\frac{5\sqrt{3}}{6}$

따라서 $a=-\frac{7}{6},\ b=\frac{5}{6}$이므로 $a+b=-\frac{1}{3}$

2-1 (주어진 식)$=2\sqrt{5}-5\sqrt{2}+6\sqrt{2}-3\sqrt{5}=\sqrt{2}-\sqrt{5}$

2-2 (주어진 식)$=7\sqrt{5}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=2\sqrt{5}$ $\quad\therefore a=2$

3-1 (주어진 식)$=6-6\sqrt{6}+6+5\sqrt{6}=12-\sqrt{6}$

3-2 (주어진 식)$=2\sqrt{7}-\sqrt{5}+4\sqrt{5}=3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

따라서 $a=3,\ b=2$이므로 $a-b=1$

4-1 $\frac{6+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{(6+3\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 $a=3,\ b=2$이므로 $a+b=5$

4-2 (주어진 식)$=\frac{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\frac{(3\sqrt{2}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{6}+2}{2}+\frac{3\sqrt{6}-3}{3}$

$=\sqrt{6}+1+\sqrt{6}-1=2\sqrt{6}$

5-1 (주어진 식)$=2\sqrt{6}-\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{3}+3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{6}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})+3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

따라서 $a=2,\ b=1$이므로 $a+b=3$

5-2 (주어진 식)$=\frac{(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-4\sqrt{2}+4$

$=3\sqrt{2}-2-4\sqrt{2}+4=2-\sqrt{2}$

Plus α! 근호를 포함한 복잡한 식의 계산
괄호가 있는 경우는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 계산하고, 분모에 무리수가 있는 경우는 분모를 유리화한다.

6-1 $\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{18})\times2\sqrt{6}=(\sqrt{6}+\sqrt{18})\times\sqrt{6}=6+6\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

6-2 $2\{(\sqrt{18}+\sqrt{12})+(\sqrt{27}-\sqrt{2})\}$

$=2\{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})+(3\sqrt{3}-\sqrt{2})\}$

$=2(5\sqrt{3}+2\sqrt{2})=4\sqrt{2}+10\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

7-2 $a=2.955,\ b=8.81$이므로

$1000a-100b=2955-881=2074$

8-1 (1) $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}\fallingdotseq\frac{1.732}{10}=0.1732$

(2) $\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{30}}{10}\fallingdotseq\frac{5.477}{10}=0.5477$

(3) $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}\fallingdotseq10\times1.732=17.32$

(4) $\sqrt{3000}=\sqrt{30\times100}=10\sqrt{30}\fallingdotseq10\times5.477=54.77$

8-2 $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\frac{\sqrt{20}}{100}\fallingdotseq\frac{4.472}{100}=0.04472$

9-1 $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고, $4<\sqrt{20}<5$이므로 $a=4,\ b=2\sqrt{5}-4$

$\therefore a-b=4-(2\sqrt{5}-4)=8-2\sqrt{5}$

9-2 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\sqrt{2}-1$이다. $2<\sqrt{5}<3$, $1<\sqrt{5}-1<2$이므로 $\sqrt{5}-1$의 정수 부분은 1이다. 따라서 $a=\sqrt{2}-1,\ b=1$이므로 $a+b=(\sqrt{2}-1)+1=\sqrt{2}$

실력 다지기 p.027~029

01 ③ 02 ② 03 4 04 ① 05 ② 06 ④ 07 ① 08 ② 09 ③ 10 ⑤ 11 ② 12 $9\sqrt{15}\ \mathrm{cm}^2$ 13 ⑤ 14 ② 15 ④ 16 23 17 ① 18 ⑤ 19 ③ 20 $-2+2\sqrt{3}$ 21 ③ 22 ③ 23 10.586 24 ④

01 $A=(3+2-9)\sqrt{5}=-4\sqrt{5}$

$B=(3-5+1)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

$\therefore A-B=-4\sqrt{5}-(-\sqrt{2})=-4\sqrt{5}+\sqrt{2}$

02 $4\sqrt{a}=8,\ \sqrt{a}=2$ $\quad\therefore a=4$

03 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(24)$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{25}-\sqrt{24})$

$=\sqrt{25}-1=5-1=4$

04 (주어진 식)$=6\sqrt{3}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}=-2\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

따라서 $a=-2,\ b=3$이므로 $ab=-6$

05 $x+\frac{1}{x}=\sqrt{7}+\frac{1}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}+\frac{\sqrt{7}}{7}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$

따라서 $x+\frac{1}{x}$의 값은 x의 $\frac{8}{7}$배이다.

06 $\sqrt{3}▲\sqrt{2}=\sqrt{3}\times\sqrt{2}-1=\sqrt{6}-1$

$\therefore \sqrt{6}◎(\sqrt{3}▲\sqrt{2})=\sqrt{6}\{(\sqrt{6}-1)+2\}=\sqrt{6}(\sqrt{6}+1)$

$=6+\sqrt{6}$

07 (주어진 식)$=3(2\sqrt{5}-4\sqrt{2})+8\sqrt{2}-2\sqrt{20}$

$=6\sqrt{5}-12\sqrt{2}+8\sqrt{2}-4\sqrt{5}=-4\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

따라서 $a=-4,\ b=2$이므로 $a+b=-2$

08 $\dfrac{\sqrt{72}-12}{\sqrt{12}}=\dfrac{6\sqrt{2}-12}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}-6}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(3\sqrt{2}-6)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{3\sqrt{6}-6\sqrt{3}}{3}=-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=-2,\ b=1$이므로 $a+b=-1$

09 $A=\sqrt{3}+2\sqrt{2},\ B=2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sqrt{3}A+\sqrt{2}B=\sqrt{3}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})+\sqrt{2}\left(2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=3+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}-1=2+4\sqrt{6}$

10 (주어진 식)$=4\sqrt{2}+6\sqrt{6}-\dfrac{4\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{6}$

$=4\sqrt{2}+6\sqrt{6}-2\sqrt{2}+\sqrt{6}=2\sqrt{2}+7\sqrt{6}$

따라서 $a=2,\ b=7$이므로 $a+b=9$

11 (주어진 식)$=(3a-5)+(4+2a)\sqrt{3}$

이 식이 유리수가 되려면 $4+2a=0$ $\quad\therefore a=-2$

12 (사다리꼴의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times\{(\sqrt{5}+\sqrt{45})+\sqrt{20}\}\times\sqrt{27}$

$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{5}+3\sqrt{5}+2\sqrt{5})\times3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{5}\times3\sqrt{3}=9\sqrt{15}(\mathrm{cm}^2)$

13 $a=-1-\sqrt{2},\ b=2+\sqrt{2}$이므로

$2a-b=2(-1-\sqrt{2})-(2+\sqrt{2})$

$=-2-2\sqrt{2}-2-\sqrt{2}=-4-3\sqrt{2}$

14 (주어진 식)$=(4\sqrt{3})^2-12\sqrt{6}+20\sqrt{6}-15(\sqrt{2})^2$

$=48+8\sqrt{6}-30=18+8\sqrt{6}$

따라서 $a=18,\ b=8$이므로 $a-b=10$

15 (주어진 식)$=\dfrac{(\sqrt{30}-\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\dfrac{(3\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$

$=\dfrac{5\sqrt{6}-5}{5}+9+2\sqrt{3}-8=2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

16 $x=\sqrt{5}+2,\ y=\sqrt{5}-2$이므로 $x+y=2\sqrt{5},\ xy=1$

$\therefore x^2+5xy+y^2=(x+y)^2+3xy=(2\sqrt{5})^2+3\times1=23$

17 $x=3+2\sqrt{2}$에서 $x-3=2\sqrt{2}$이므로

$x^2-6x+9=8,\ x^2-6x=-1$

$\therefore x^2-6x-3=-1-3=-4$

18 ⑤ $\sqrt{0.006}=\sqrt{\dfrac{60}{10000}}=\dfrac{\sqrt{60}}{100}\fallingdotseq0.07746$

19 ㉡ $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$

㉤ $\sqrt{12500}=\sqrt{50^2\times5}=50\sqrt{5}$

20 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1,\ 2<4-\sqrt{3}<3$

따라서 $a=2,\ b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$이므로

$a-2b=2-2(2-\sqrt{3})=2-4+2\sqrt{3}=-2+2\sqrt{3}$

21 (주어진 식)$=6-3\sqrt{3}-\dfrac{k(\sqrt{3}-3)}{6}$

$=6+\dfrac{k}{2}-\left(3+\dfrac{k}{6}\right)\sqrt{3}$

이 식의 값이 유리수가 되려면 $3+\dfrac{k}{6}=0$ $\quad\therefore k=-18$

22 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{12}+\sqrt{27}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{27}+\sqrt{48}=3\sqrt{3}+4\sqrt{3}=7\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}=5\sqrt{3}+7\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

23 (주어진 식)$=4\sqrt{2}+\sqrt{3}(4\sqrt{3}-\sqrt{6})-2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}+12-3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=12-\sqrt{2}\fallingdotseq12-1.414=10.586$

24 $1<\sqrt{3}<2$이고 $2<1+\sqrt{3}<3$이므로

$1+\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=2$

소수 부분 $b=(1+\sqrt{3})-2=\sqrt{3}-1$

$\therefore a\sqrt{3}-\dfrac{3}{b+1}=2\sqrt{3}-\dfrac{3}{(\sqrt{3}-1)+1}$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{3}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

서술형 문제 p.030

01 (1) 3 (2) 7 **02** $18\sqrt{5}$ cm

03 (1) $a=3,\ b=2-\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$

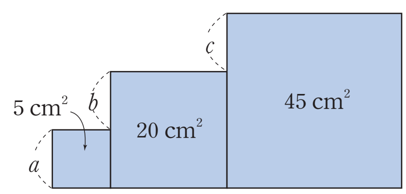
01 (1) $A=5k-5\sqrt{3}-\sqrt{3}+2k\sqrt{3}-8$

$=(5k-8)+(2k-6)\sqrt{3}$

$2k-6=0$ $\quad\therefore k=3$

(2) $k=3$이므로 $A=5\times3-8=15-8=7$

02



세 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\mathrm{cm})$, $\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (주어진 도형의 둘레의 길이)

$=(\sqrt{5}+2\sqrt{5}+3\sqrt{5})\times2+(a+b+c)+3\sqrt{5}$

$=12\sqrt{5}+3\sqrt{5}+3\sqrt{5}=18\sqrt{5}(\mathrm{cm})$

03 (1) $1<\sqrt{3}<2$이고 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로

$3<5-\sqrt{3}<4$

따라서 $5-\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이다. $\quad\therefore a=3$

$5-\sqrt{3}$의 정수 부분이 3이므로

소수 부분은 $(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$ $\quad\therefore b=2-\sqrt{3}$

(2) $\dfrac{a}{2-b}=\dfrac{3}{2-(2-\sqrt{3})}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

5강 인수분해

개념체크 p.031

1-1 (1) $x(x+4)$ (2) $m(a+b+c)$ (3) $2y(x-3y)$
2-1 (1) $(x+5)^2$ (2) $(2x-y)^2$ **2-2** (1) 16 (2) $\pm12x$
2-3 (1) $(x+7)(x-7)$ (2) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)$
2-4 (1) $(x+1)(x+5)$ (2) $(x-3)(x-9)$ **2-5** (1) $(x+2)(2x+1)$ (2) $(x-2y)(3x+y)$

기초다지기 p.032~033

1-1 ⑤ **1-2** ③ **2-1** ④ **2-2** ③ **3-1** ③ **3-2** -19 **4-1** ② **4-2** $2a$ **5-1** ② **5-2** ④ **6-1** ④ **6-2** $2x-3$ **7-1** ⑤ **7-2** $x+1$ **8-1** -5 **8-2** ⑤

1-1 ⑤ $2x$는 $8xy-4y^2$의 인수가 아니다.

1-2 $x(a-1)+y(1-a)=x(a-1)-y(a-1)$
$=(x-y)(a-1)$

2-1 $4x^2+4x+1=(2x)^2+2\times2x\times1+1^2=(2x+1)^2$

Plus α! 완전제곱식을 이용한 인수분해
$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

2-2 $x^2-6xy+9y^2=x^2-2\times x\times3y+(3y)^2=(x-3y)^2$

3-1 $16x^2+24x+A=(4x)^2+2\times4x\times3+3^2$
$\therefore A=3^2=9$

3-2 $4x^2+(k-1)x+25=(2x\pm5)^2$이므로
$k-1=\pm20$ $\therefore k=-19$ ($\because k<0$)

4-1 $0<x<3$이므로 $x>0$, $x-3<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-3)^2}=x-(x-3)=3$

4-2 $a+2>0$, $a-2<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$
$=a+2+(a-2)=2a$

5-1 $12x^2-75y^2=3(4x^2-25y^2)=3(2x+5y)(2x-5y)$

5-2 $16x^2-9=(4x)^2-3^2=(4x+3)(4x-3)$
따라서 $A=4$, $B=3$이므로 $AB=12$

6-1 $x^2+x-30=(x+6)(x-5)$

6-2 $x^2-3x-18=(x-6)(x+3)$
$\therefore (x-6)+(x+3)=2x-3$

7-1 $12x^2-5x-3=(3x+1)(4x-3)$이므로
$a=1$, $b=-3$ $\therefore a-b=1-(-3)=4$

7-2 $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$이므로
세로의 길이는 $x+1$이다.

8-1 $x^2+Ax-14=(x+2)(x+m)$으로 놓으면
$2+m=A$, $2m=-14$ $\therefore m=-7$, $A=-5$

8-2 $3x^2+10x+k=(x+3)(3x+\square)$
$=3x^2+(9+\square)x+3\times\square$
$9+\square=10$이므로 $\square=1$ $\therefore k=3\times\square=3\times1=3$

실력다지기 p.034~035

01 ① **02** ④ **03** 18 **04** ③ **05** ④ **06** ④ **07** $5x+3$ **08** ⑤ **09** $x+y$ **10** ② **11** ① **12** ④ **13** ⑤ **14** ④ **15** ④ **16** 24 cm

01 $xy(3x+2y)-xy(x+y)=xy(2x+y)$

02 ④ $16x^2-16xy+4y^2=4(4x^2-4xy+y^2)=4(2x-y)^2$

03 $x^2+ax+49$에서 $a=2\times1\times7=14$
$25x^2+20x+b=(5x)^2+2\times5x\times2+2^2$ $\therefore b=2^2=4$
$\therefore a+b=18$

04 $-3<a<1$이므로 $a-1<0$, $a+3>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a+3)^2}$
$=-(a-1)+(a+3)=4$

05 $(a-b)x^2+(b-a)y^2=(a-b)x^2-(a-b)y^2$
$=(a-b)(x^2-y^2)$
$=(a-b)(x+y)(x-y)$

06 $x^2+7x+A=(x+3)(x+B)$
$3+B=7$에서 $B=4$, $3B=A$에서 $A=12$
$\therefore A-B=12-4=8$

07 $(3x+1)(2x+1)-5=6x^2+5x-4=(3x+4)(2x-1)$
$\therefore (3x+4)+(2x-1)=5x+3$

08 ㉠ $(x+2)(x-2)$ ㉡ $(x+2)(x-3)$
㉢ $(2x+1)(x-2)$ ㉣ $3(x-2)(x-5)$

09 $x^2-4xy-5y^2=(x-5y)(x+y)$
$2x^2-xy-3y^2=(2x-3y)(x+y)$
따라서 공통인수는 $x+y$이다.

10 $3x^2-ax-6=(x-3)(3x+m)$
$=3x^2+(-9+m)x-3m$
$-9+m=-a$, $-6=-3m$ $\therefore m=2$, $a=7$

11 ② $(2x+7)(2x-7)$ ③ $\left(x+\frac{5}{2}\right)^2$
④ $(x-2)(x-6)$ ⑤ $(x+2)(2x-1)$

12 (넓이)$=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

13 $(x+2)(x-6)+k=x^2-4x-12+k$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$-12+k=\left(-\frac{4}{2}\right)^2=4$ $\therefore k=16$

14 $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

15 $(x+1)(x-20)$, $(x+2)(x-10)$, $(x+4)(x-5)$, $(x-4)(x+5)$, $(x-2)(x+10)$, $(x-1)(x+20)$이므로 □ 안에 알맞은 정수는 -19, -8, -1, 1, 8, 19이다.

16 $4a+4b=80$이므로 $a+b=20$
$a^2-b^2=120$이므로 $(a+b)(a-b)=120$
$20(a-b)=120$ $\therefore a-b=6$
$\therefore 4a-4b=4(a-b)=24(\text{cm})$

서술형 문제 p.036

01 (1) $(3x+4)(3x-2)$ (2) $3x-2$
02 (1) $x^2-3x-18$ (2) $(x+3)(x-6)$ 03 4

01 (1) 도형 (가)의 넓이는
$(3x+1)^2-3^2=(3x+1+3)(3x+1-3)$
$=(3x+4)(3x-2)$
(2) 도형 (가)의 넓이가 $(3x+4)(3x-2)$이고 도형 (가), (나)의 넓이가 같으므로 도형 (나)의 세로의 길이는 $3x-2$이다.

02 (1) $(x+9)(x-2)=x^2+7x-18$에서
유라는 상수항 -18을 바르게 보았다.
$(x-5)(x+2)=x^2-3x-10$에서
우혁이는 x의 계수 -3을 바르게 보았다.
따라서 구하는 이차식은 $x^2-3x-18$
(2) $x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$

03 $x^2-4x+a=(x-3)(x+A)=x^2+(A-3)x-3A$이므로 $-4=A-3$, $a=-3A$ $\therefore A=-1$, $a=3$
$2x^2-bx-15=(x-3)(2x+B)$
$=2x^2+(B-6)x-3B$이므로
$-b=B-6$, $-15=-3B$ $\therefore B=5$, $b=1$
$\therefore a+b=3+1=4$

6강 인수분해 공식의 활용

개념 체크 p.037

1-1 (1) $(a-2)(x+y)$ (2) $(x+y)(x+y-1)$
1-2 (1) $(a+4)(a-2)$ (2) $(x+2)(x-9)$
1-3 (1) $(x-y)(3x+3y-1)$ (2) $(2x+y+3)(2x-y+3)$
2-1 (1) 5 (2) 800 (3) 10000 (4) 10
2-2 (1) 100 (2) $8\sqrt{3}$

기초 다지기 p.038~039

1-1 ④ 1-2 ① 2-1 ④ 2-2 ② 3-1 ④ 3-2 ①
4-1 $x+y+2$ 4-2 $(x-1)(x+y+4)$ 5-1 ③ 5-2 1600 6-1 ① 6-2 ③ 7-1 (1) $9\sqrt{6}$ (2) $5\sqrt{6}$ 7-2 ⑤

1-1 (주어진 식)$=3ab(a^2-2ab+b^2)=3ab(a-b)^2$

1-2 (주어진 식)$=(x+2)(x^2-1)=(x+2)(x+1)(x-1)$

2-1 $x+4=A$로 치환하면
$A^2+4A-5=(A+5)(A-1)=(x+4+5)(x+4-1)$
$=(x+9)(x+3)$
$\therefore a+b=12$

2-2 $x+y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A(A-5)-6=A^2-5A-6$
$=(A-6)(A+1)=(x+y-6)(x+y+1)$

3-1 (주어진 식)$=x^2(x+1)-(x+1)$
$=(x+1)(x^2-1)$
$=(x+1)^2(x-1)$

3-2 (주어진 식)$=(x+3)^2-y^2=(x+y+3)(x-y+3)$

4-1 (주어진 식)$=x^2+8x-(y^2-4y-12)$
$=x^2+8x-(y+2)(y-6)$
$=(x+y+2)(x-y+6)$

4-2 (주어진 식)$=xy-y+(x^2+3x-4)$
$=y(x-1)+(x-1)(x+4)$
$=(x-1)(x+y+4)$

5-1 $98^2-2^2=(98+2)(98-2)=100\times96=9600$

5-2 (주어진 식)$=36^2+2\times36\times4+4^2$
$=(36+4)^2=40^2=1600$

6-1 $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$
$y=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$이므로
$x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=-2\sqrt{2}$, $xy=1$
$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$
$=1\times2\sqrt{3}\times(-2\sqrt{2})=-4\sqrt{6}$

6-2 (주어진 식)$=(x+y)(x-3y)$
$=(5.75+1.25)(5.75-3.75)$
$=7\times2=14$

7-1 (1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=9\sqrt{6}$
(2) $x^2-y^2-4x+4y=(x^2-y^2)-4(x-y)$
$=(x+y)(x-y)-4(x-y)$
$=(x-y)(x+y-4)$
$=\sqrt{6}\times(9-4)=5\sqrt{6}$

7-2 (주어진 식)$=(a-b)^2-6(a-b)+9$
$=(a-b-3)^2=(3-\sqrt{3}-3)^2=3$

실력다지기 p.040~041

01 ③ 02 $2x+2$ 03 ④ 04 ① 05 $x-1$
06 ② 07 ③ 08 -55 09 ② 10 ③
11 -15 12 ① 13 ① 14 ③ 15 31, 33
16 al m^2

01 (주어진 식)$=4x^2(x+1)-(x+1)=(x+1)(4x^2-1)$
$=(x+1)(2x+1)(2x-1)$

02 $x-2=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A^2+6A+8=(A+2)(A+4)$
$=(x-2+2)(x-2+4)=x(x+2)$
따라서 두 일차식의 합은 $x+(x+2)=2x+2$

03 $4x-y=A$, $3x+2y=B$로 치환하면
(주어진 식)$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=(4x-y+3x+2y)(4x-y-3x-2y)$
$=(7x+y)(x-3y)$
따라서 $a=7$, $b=1$이므로 $a-b=6$

04 $a^3-a^2b-a+b=a^2(a-b)-(a-b)$
$=(a-b)(a^2-1)$
$=(a-b)(a+1)(a-1)$

05 $xy+2x-y-2=x(y+2)-(y+2)=(x-1)(y+2)$
$x^2-x-xy+y=x(x-1)-y(x-1)=(x-1)(x-y)$

06 (주어진 식)$=(a-3b)^2-4^2=(a-3b+4)(a-3b-4)$

07 (주어진 식)$=x^2+(y-2)x-(y+1)(2y-1)$
$=(x-y-1)(x+2y-1)$
따라서 $a=-1$, $b=2$, $c=-1$이므로 $a+b+c=0$

08 (주어진 식)
$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2)$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6)+$
$(7+8)(7-8)+(9+10)(9-10)$
$=-(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)=-55$

09 (주어진 식)$=\dfrac{997(998+1)}{(998+1)(998-1)}=\dfrac{997\times999}{999\times997}=1$

10 $x=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
$x+2=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A^2-8A+16=(A-4)^2$
$=(x+2-4)^2=(x-2)^2$
$=(2-\sqrt{3}-2)^2=(-\sqrt{3})^2=3$

11 (주어진 식)$=(4x^2-y^2)-4(2x-y)$
$=(2x+y)(2x-y)-4(2x-y)$
$=(2x-y)(2x+y-4)$
$=3\times(-5)=-15$

12 $a^2-2ab-3b^2=(a+b)(a-3b)$이므로
$-12=(a+b)\times4$ $\therefore a+b=-3$

13 (주어진 식)$=(x-2y)^2-(2x-y)^2$
$x-2y=A$, $2x-y=B$로 놓으면
$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=(x-2y+2x-y)(x-2y-2x+y)$
$=(3x-3y)(-x-y)=-3(x-y)(x+y)$

14 (주어진 식)$=x(y-1)-3(y-1)=(x-3)(y-1)=5$
x, y가 정수이므로 $\begin{cases}x-3=5\\y-1=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x-3=1\\y-1=5\end{cases}$ 또는
$\begin{cases}x-3=-1\\y-1=-5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x-3=-5\\y-1=-1\end{cases}$
따라서 (8, 2), (4, 6), (2, −4), (−2, 0)의 4개이다.

15 $(2^{20}-1)=(2^{10}+1)(2^{10}-1)=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=1025\times33\times31=25\times41\times33\times31$
따라서 $2^{20}-1$은 30과 40 사이의 수인 33, 31로 나누어 떨어진다.

16 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이는
$\left(r+\dfrac{a}{2}\right)$m이므로 $l=2\pi\left(r+\dfrac{a}{2}\right)=2\pi r+\pi a(\text{m})$
구하는 길의 넓이는
$\pi(r+a)^2-\pi r^2=\pi\{(r+a)^2-r^2\}$
$=\pi\{(r+a)+r\}\{(r+a)-r\}$
$=\pi(2r+a)\times a=(2\pi r+\pi a)\times a$
$=l\times a=al(\text{m}^2)$

서술형 문제 p.042

01 (1) $(2x-3y-8)(x+2y+3)$ (2) 1 02 (1) $a=\sqrt{7}-2$, $b=3-\sqrt{7}$ (2) $(a+2)(b-3)$ (3) -7
03 648π cm^3

01 (1) $x-1=A$, $y+2=B$로 치환하면
(주어진 식)$=2A^2+AB-6B^2=(2A-3B)(A+2B)$
$=(2x-2-3y-6)(x-1+2y+4)$
$=(2x-3y-8)(x+2y+3)$
(2) $a=2$, $b=-3$, $c=2$이므로
$a+b+c=2+(-3)+2=1$

02 (1) $2<\sqrt{7}<3$이므로 $5<3+\sqrt{7}<6$
$\therefore a=(3+\sqrt{7})-5=\sqrt{7}-2$
$2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<-\sqrt{7}<-2$, $0<3-\sqrt{7}<1$
$\therefore b=3-\sqrt{7}$
(2) $ab-3a+2b-6=ab+2b-3a-6$
$=b(a+2)-3(a+2)$
$=(a+2)(b-3)$
(3) $(a+2)(b-3)=(\sqrt{7}-2+2)(3-\sqrt{7}-3)$
$=\sqrt{7}\times(-\sqrt{7})=-7$

03 (화장지의 부피)$=\pi\times7.5^2\times12-\pi\times1.5^2\times12$
$=12\pi(7.5^2-1.5^2)=12\pi\times9\times6$
$=648\pi(\text{cm}^3)$

7강 실전! 모의 평가 1회

p.043~046

01 ② 02 ② 03 $-2a$ 04 $2\sqrt{15}$ 05 ②
06 ④ 07 ⑤ 08 $\text{P}(-1-\sqrt{2})$ 09 ⑤ 10 ④
11 ④ 12 $-\frac{12}{5}$ 13 ③ 14 ② 15 ②
16 $28\sqrt{3}$ 17 ③ 18 2 19 ④ 20 ④
21 4 22 $x-2$ 23 ③ 24 ④ 25 ④ 26 ①
27 ① 28 19400 29 ④ 30 ③

01 오답풀이
① $\sqrt{(-3)^2}=3$
③ 0의 제곱근은 0이다.
④ -4의 제곱근은 없다.
⑤ 제곱근 25는 5이다.

02 $-\sqrt{2^2}=-2$, $-(\sqrt{3})^2=-3$, $-(-\sqrt{5})^2=-5$,
$\sqrt{(-6)^2}=6$, $\sqrt{7^2}=7$이므로
큰 수부터 차례대로 나열하면
$\sqrt{7^2}$, $\sqrt{(-6)^2}$, $-\sqrt{2^2}$, $-(\sqrt{3})^2$, $-(-\sqrt{5})^2$

03 $a<0$, $ab<0$에서 $b>0$이므로 $-3a>0$, $a-b<0$
$\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{b^2}=-3a-\{-(a-b)\}+b$
$=-3a+a-b+b=-2a$

04 $\sqrt{60x}=\sqrt{2^2\times3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 근호 안이 제곱수가 되어야 하므로
$x=15n^2$(n은 자연수)의 꼴이어야 한다. $\therefore a=15$
y가 자연수일 때, $\sqrt{60+y}>7$이므로
$60+y=64$일 때, 가장 작은 자연수가 된다. $\therefore b=4$
$\sqrt{ab}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

05 $2<\sqrt{x}<4$의 각 변을 제곱하면 $4<x<16$
따라서 만족하는 자연수 x는 5, 6, 7, $\cdots$, 15이므로
$n(A)=11$

06 색칠한 부분은 무리수 전체의 집합이다.
① 0.4 ③ -2 ⑤ 2

07 ⑤ $Q\cap I=\varnothing$

08 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$이다.

09 $a-b=2\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{5}-2>0$ $\therefore a>b$ $\cdots$㉠
$b-c=(\sqrt{5}+2)-4=\sqrt{5}-2>0$ $\therefore b>c$ $\cdots$㉡
그러므로 ㉠, ㉡에 의해 $c<b<a$

10 $\sqrt{72}=\sqrt{2^3\times3^2}=6\sqrt{2}$이므로 $a=6$
$\sqrt{48}=\sqrt{2^4\times3}=4\sqrt{3}$이므로 $b=4$
$\therefore a+b=10$

11 $\sqrt{500}=\sqrt{2^2\times5^3}=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^3=a^2b^3$

12 (주어진 식)$=\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{3}{\sqrt{2}}=-\frac{12}{\sqrt{5}}=-\frac{12\sqrt{5}}{5}$
$\therefore k=-\frac{12}{5}$

13 (주어진 식)$=4\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}=\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
따라서 $a=1$, $b=-2$이므로 $ab=-2$

14 $\frac{\sqrt{12}-3}{2\sqrt{3}}=\frac{(2\sqrt{3}-3)\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6-3\sqrt{3}}{6}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

15 (주어진 식)$=\sqrt{108}-5\times(\sqrt{2})^2-5\sqrt{3}+3\times(\sqrt{3})^2$
$=\sqrt{6^2\times3}-5\times2-5\sqrt{3}+3\times3$
$=6\sqrt{3}-5\sqrt{3}-10+9=-1+\sqrt{3}$

16 직육면체의 높이를 x라 하면
$\sqrt{12}\times\sqrt{3}\times x=24\sqrt{3}$, $6x=24\sqrt{3}$ $\therefore x=4\sqrt{3}$
따라서 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은
$4(\sqrt{12}+\sqrt{3}+4\sqrt{3})=28\sqrt{3}$

17 ③ $\sqrt{200}=\sqrt{2\times100}=10\sqrt{2}\fallingdotseq10\times1.414=14.14$

18 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $a=\sqrt{3}-1$
$5<\sqrt{27}<6$이므로 $b=3\sqrt{3}-5$
$\therefore 3a-b=3(\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{3}-5)$
$=3\sqrt{3}-3-3\sqrt{3}+5=2$

19 ① $x^2y-3xy=xy(x-3)$
② $x^3-9x=x(x^2-9)=x(x+3)(x-3)$
③ $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
④ $2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)$
⑤ $3x^2-10x+3=(3x-1)(x-3)$

20 $4x^2-20x+a=(2x)^2-2\times2x\times5+a$ $\therefore a=5^2=25$

21 $-3<a<1$이므로 $a+3>0$, $a-1<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-1)^2}$
$=(a+3)-(a-1)=4$

22 $x^2-4x+4=(x-2)^2$
$5x^2-9x-2=(5x+1)(x-2)$
따라서 공통인수는 $x-2$이다.

23 $x^2-ax-18=(x+3)(x+b)=x^2+(3+b)x+3b$
$3b=-18$에서 $b=-6$
$\therefore a=-(3+b)=-(3-6)=3$

24 $(3x-1)^2-(2x+3)^2$
$=\{(3x-1)+(2x+3)\}\{(3x-1)-(2x+3)\}$
$=(5x+2)(x-4)$

25 $8x^2-2x-3=(2x+1)(4x-3)$
따라서 가로의 길이가 $2x+1$이므로 세로의 길이는 $4x-3$이다.

26 $x+y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A+1)(A-6)+10=A^2-5A+4$
$=(A-1)(A-4)$
$=(x+y-1)(x+y-4)$

27 (주어진 식)$=x^2-(2y+3)x+(y+1)(y+2)$
$=(x-y-1)(x-y-2)$
$\therefore a+b+c+d=-5$

28 (주어진 식)$=(97+3)(97-3)+(101-1)^2$
$=100\times 94+100^2$
$=100(94+100)=19400$

29 $x=2+\sqrt{3},\ y=2-\sqrt{3}$이므로 $x-y=2\sqrt{3},\ xy=1$
$\therefore x^2y-xy^2=xy(x-y)=2\sqrt{3}$

30 $x-2y=3$이므로
(주어진 식)$=(x-2y)^2-4^2=(x-2y+4)(x-2y-4)$
$=(3+4)(3-4)=-7$

8강 이차방정식의 뜻과 해

개념체크 p.049

1-1 (1), (3) **1-2** (1) $a=1,\ b=0,\ c=3$ (2) $a=1,\ b=-3,\ c=0$ (3) $a=1,\ b=-5,\ c=2$ **2-1** (2), (3)
2-2

x	-1	0	1	2
x^2-x-2	0	-2	-2	0

$x=-1$ 또는 $x=2$

기초다지기 p.050~051

1-1 ④ **1-2** ③ **2-1** -5 **2-2** $a\neq 4$ **3-1** (1) 해설 참조 (2) $x=-2$ 또는 $x=-1$ **3-2** $\{1\}$ **4-1** ② **4-2** ④ **5-1** ① **5-2** ④ **6-1** ④ **6-2** ④

1-1 ㉠ $x^2=0$(이차방정식)
㉡ $2x^2+x=0$(이차방정식)
㉢ $x^3+x^2=x^2-x$에서 $x^3+x=0$(삼차방정식)
㉣ $x^2-2x+1=x^2-2x+1$에서 $0=0$(항등식)
㉤ $4x^2+12x+9=4$에서 $4x^2+12x+5=0$(이차방정식)
㉥ $-3x-2=0$(일차방정식)

1-2 ③ $x^2+x=x^2$에서 $x=0$(일차방정식)

2-1 $4x^2-12x+9=x^2+2x,\ 3x^2-14x+9=0$
따라서 $a=-14,\ b=9$이므로 $a+b=-5$

2-2 $(4-a)x^2-4x+7=0$에서
$4-a\neq 0 \quad \therefore a\neq 4$

3-1

x	-3	-2	-1	0	1	2
x^2+3x+2	2	0	0	2	6	12

3-2 $x=-2$일 때, $(-2)^2+3\times(-2)-4\neq 0$
$x=-1$일 때, $(-1)^2+3\times(-1)-4\neq 0$
$x=0$일 때, $0^2+3\times 0-4\neq 0$
$x=1$일 때, $1^2+3\times 1-4=0$
따라서 해의 집합은 $\{1\}$이다.

4-1 ① $x=4$를 대입하면 $4(4+4)\neq 0$
② $x=5$를 대입하면 $5^2-3\times 5=10$
③ $x=-1$을 대입하면 $(-1)^2-2\times(-1)+5\neq 0$
④ $x=1$을 대입하면 $(1-2)(1+3)\neq 4$
⑤ $x=-4$를 대입하면 $(-4)^2-4\neq 0$

4-2 ④ $(-2)^2-2\times(-2)-8=0$

5-1 $x=3$을 $x^2+ax+6=0$에 대입하면
$3^2+3a+6=0,\ 3a=-15 \quad \therefore a=-5$

5-2 $16a+4(2a-9)-12=0,\ 24a=48 \quad \therefore a=2$

6-1 $3m^2-m-2=0$에서 $3m^2-m=2$
$\therefore 3m^2-m+1=2+1=3$

6-2 $3k^2-6k+1=0$이므로 $k^2-2k+\frac{1}{3}=0$
$\therefore 2k-k^2=\frac{1}{3}$

실력다지기 p.052~053

01 ②, ③ **02** -8 **03** ⑤ **04** ④ **05** ③ **06** ④ **07** ③ **08** 6 **09** -5 **10** ② **11** ① **12** ② **13** ② **14** ④ **15** ③ **16** 4

01 ① $4x-1=3x+3$에서 $x-4=0$(일차방정식)
④ $x^2+x-2=x^2+x-2$에서 $0=0$(항등식)
⑤ $2x^2-3=2x^2+x-1$에서 $-x-2=0$(일차방정식)

02 $9x^2-6x+1=4x^2+8x$에서 $5x^2-14x+1=0$
따라서 $a=5,\ b=-14,\ c=1$이므로 $a+b+c=-8$

03 ① $-4\times(-4-4)\neq 0$
② $0^2-4\times 0+4\neq 0$
③ $(-3)^2+(-3)-2\neq 0$
④ $2\times(-1)^2-(-1)+1\neq 0$
⑤ $(-5)^2+4\times(-5)-5=0$

04 ㉠ $-3\times(-3-3)\neq 0$ ㉡ $3\times(-3)^2=-9\times(-3)$
㉢ $(-3+2)^2=1$ ㉣ $(-3)^2+2\times(-3)-3=0$
㉤ $2\times(-3)^2-(-3)-5\neq 0$

05 $x=1$일 때, $1^2-3\times 1+2=0$

07 $3^2-(a+5)\times 3+5a=0$
$9-3a-15+5a=0,\ 2a=6 \quad \therefore a=3$

08 $x^2+ax+b=0$에 $x=-3$을 대입하면
$9-3a+b=0$ ……㉠
$x^2+ax+b=0$에 $x=4$를 대입하면
$16+4a+b=0$ ……㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-12$
$\therefore 6a-b=-6+12=6$

09 $x^2-3x+a=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(-2)^2-3\times(-2)+a=0 \quad \therefore a=-10$
$2x^2+bx+2=0$에 $x=-2$를 대입하면
$2\times(-2)^2+b\times(-2)+2=0 \quad \therefore b=5$
$\therefore a+b=-5$

10 ㉡ $2-(a^2+5a)=2-1\times1=1$
㉢ $3a^2+15a+5=3(a^2+5a)+5=3\times1+5=8$

11 $x=k$를 대입하면 $ak^2+bk+4=0$에서 $ak^2+bk=-4$
$\therefore ak^2+bk+5=-4+5=1$

12 $a^2-2a+1=0$의 양변을 a로 나누면 $a+\dfrac{1}{a}=2$
$\therefore a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=4-2=2$

13 $2ax^2+(2-a)x-1=-x^2+2x$, $(2a+1)x^2-ax-1=0$
$2a+1\neq0 \quad \therefore a\neq-\dfrac{1}{2}$

14 주어진 집합은 $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$
$x=2$일 때, $2^2-6\times2+8=0$

15 $x=2$를 $x^2-5x+m=0$에 대입하면
$2^2-5\times2+m=0 \quad \therefore m=6$
$x=2$를 $3x^2+nx-2=0$에 대입하면
$3\times2^2+2n-2=0 \quad \therefore n=-5$
$\therefore m+n=1$

16 $p^2+4p+3=0$에서 $p^2+4p=-3$
$3q^2-4q+1=0$에서 $3q^2-4q=-1$
$\therefore$ (주어진 식)$=(-3+1)\times(-1-1)$
$=(-2)\times(-2)=4$

서술형 문제 p.054

01 (1) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ (2) $\{1\}$ (3) $\{2,\ 3,\ 4\}$
02 (1) $a=-2$, $b=1$ (2) 13 **03** 10

01 (1) $x-6\le-2x+6$, $3x\le12 \quad \therefore x\le4$
$\therefore U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ ($\because x$는 자연수)
(2) $x=1$일 때, $(1+5)^2=36$, $x=2$일 때, $(2+5)^2\neq36$
$x=3$일 때, $(3+5)^2\neq36$, $x=4$일 때, $(4+5)^2\neq36$
$\therefore A=\{1\}$
(3) $A=\{1\}$이므로 $A^C=\{2,\ 3,\ 4\}$

02 (1) $x=3$을 $x^2+ax-3=0$에 대입하면
$3^2+3a-3=0$, $6+3a=0 \quad \therefore a=-2$
$x=1$을 $3x^2-2x-b=0$에 대입하면
$3\times1^2-2\times1-b=0 \quad \therefore b=1$
(2) $a^2-4ab+b^2=(a-b)^2-2ab$
$=(-2-1)^2-2\times(-2)\times1$
$=9+4=13$

03 $x=a$를 $x^2-2x-3=0$에 대입하면 $a^2-2a-3=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-2-\dfrac{3}{a}=0$에서 $a-\dfrac{3}{a}=2$
$\therefore a^2+\dfrac{9}{a^2}=\left(a-\dfrac{3}{a}\right)^2+6=2^2+6=10$

9강 이차방정식의 풀이 (1)

개념 체크 p.055

1-1 (1) $x=0$ 또는 $x=5$ (2) $x=-2$ 또는 $x=4$ (3) $x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$ **2-1** (1) $x=3$(중근) (2) $x=-1$(중근) (3) $x=\dfrac{5}{2}$(중근) **2-2** 7 **3-1** (1) $x=\pm3$ (2) $x=-1$ 또는 $x=3$ (3) $x=3\pm\sqrt{10}$
4-1 (1) $x=2\pm\sqrt{6}$ (2) $x=-3\pm\sqrt{13}$ (3) $x=3\pm2\sqrt{5}$ (4) $x=-1\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

기초 다지기 p.056~057

1-1 ① **1-2** $A\cup B$ **2-1** $x=3$ **2-2** ② **3-1** ①
3-2 1 **4-1** ③ **4-2** -7 **5-1** $m=5$, $x=3$(중근)
5-2 -1, 1 **6-1** ③ **6-2** ① **7-1** 20 **7-2** $\dfrac{7}{2}$ **8-1** $-\dfrac{3}{2}$ **8-2** ⑤

1-1 $x^2+4x-12=0$, $(x+6)(x-2)=0$
$x+6=0$ 또는 $x-2=0$
$\therefore \{x\,|\,x+6=0\}\cup\{x\,|\,x-2=0\}$

1-2 $A=\{2\}$, $B=\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$
$(x-2)(2x-5)=0$의 해는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$
따라서 해의 집합은 $A\cup B$이다.

2-1 $(2x+1)(x-3)=0$에서 $x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=3$
$x^2-5x+6=0$에서 $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
따라서 공통인 근은 $x=3$이다.

2-2 $x^2+6x-16=6x$에서 $x^2-16=0$, $(x+4)(x-4)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$

3-1 $x=-1$을 $x^2+4x+a=0$에 대입하면
$1-4+a=0$ $\quad\therefore a=3$
이때, 주어진 이차방정식은 $x^2+4x+3=0$이므로
$(x+1)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=-3$
따라서 다른 한 근은 $x=-3$이다.

3-2 $x=-1$을 $x^2+ax-6=0$에 대입하면
$1-a-6=0$ $\quad\therefore a=-5$
이때, 주어진 이차방정식은 $x^2-5x-6=0$이므로
$(x+1)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=6$
$\therefore b=6$
$\therefore a+b=-5+6=1$

4-1 ① $2(x-1)^2=0$에서 $x=1$(중근)
② $x^2+10x+25=0$에서 $(x+5)^2=0$ $\quad\therefore x=-5$(중근)
③ $x^2-9=0$에서 $(x+3)(x-3)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$
④ $2x^2-8x+8=0$에서 $x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$(중근)
⑤ $x^2+2x+1=0$에서 $(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$(중근)

4-2 $x^2+14x+49=0$, $(x+7)^2=0$ $\quad\therefore x=-7$(중근)$=\alpha$
$4x^2-4x+1=0$, $(2x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$(중근)$=\beta$
$\therefore 2\alpha\beta=2\times(-7)\times\frac{1}{2}=-7$

5-1 $m+4=\left(-\frac{6}{2}\right)^2=9$이므로 $m=5$
따라서 $(x-3)^2=0$이므로 $x=3$(중근)

5-2 $\left(\frac{-4a}{2}\right)^2=4$이므로 $a^2=1$ $\quad\therefore a=\pm1$

6-1 $3(x+4)^2=18$에서 $(x+4)^2=6$
$x+4=\pm\sqrt{6}$ $\quad\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$
따라서 $a=-4$, $b=6$이므로 $a+b=2$

6-2 $(x-1)^2=6$에서 $x-1=\pm\sqrt{6}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{6}$
따라서 두 근의 곱은 $(1+\sqrt{6})(1-\sqrt{6})=-5$

7-1 $x^2-12x=-10$에서 $(x-6)^2=26$
따라서 $p=-6$, $q=26$이므로 $p+q=20$

7-2 $x^2-2x-\frac{7}{2}=0$, $x^2-2x=\frac{7}{2}$
$x^2-2x+1=\frac{9}{2}$ $\quad\therefore (x-1)^2=\frac{9}{2}$
따라서 $a=-1$, $b=\frac{9}{2}$이므로 $a+b=\frac{7}{2}$

8-1 $A=\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4}$, $B=\frac{7}{2}$, $C=5+\frac{49}{4}=\frac{69}{4}$
$\therefore A+B-C=\frac{49}{4}+\frac{7}{2}-\frac{69}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$

8-2 $x^2-8x=-4$, $x^2-8x+16=12$
$(x-4)^2=12$, $x-4=\pm2\sqrt{3}$
$\therefore x=4\pm2\sqrt{3}$
따라서 $a=4$, $b=2$이므로 $a+b=6$

실력다지기 p.058~059

01 ③ 02 ④ 03 ① 04 ③ 05 ① 06 ② 07 2 08 ② 09 ④ 10 $a>2$ 11 ⑤ 12 ③ 13 ① 14 $x=-6$ 또는 $x=1$ 15 ② 16 ④

01 오답풀이
① $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=-2$ ② $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
④ $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ ⑤ $x=0$ 또는 $x=2$

02 $2(4x^2-5x+1)=1-x^2$, $9x^2-10x+1=0$
$(9x-1)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{9}$ 또는 $x=1$

03 $2x^2+5x-12=0$, $(2x-3)(x+4)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-4$ $\quad\therefore A=\left\{-4, \frac{3}{2}\right\}$
$3x^2+10x-8=0$, $(3x-2)(x+4)=0$
$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=-4$ $\quad\therefore B=\left\{-4, \frac{2}{3}\right\}$
$\therefore A\cap B=\{-4\}$

04 $x^2+2ax-a+1=0$에 $x=3$을 대입하면
$9+6a-a+1=0$, $5a+10=0$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 주어진 이차방정식은
$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
따라서 다른 한 근은 $x=1$

05 $x^2-6x+8=0$, $(x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=4$
$x=2$를 $x^2+ax+14=0$에 대입하면
$2^2+2a+14=0$ $\quad\therefore a=-9$

06 ㉠ $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$(중근)
㉤ $x^2-5x=5x-25$에서 $x^2-10x+25=0$
$(x-5)^2=0$ $\quad\therefore x=5$(중근)

07 $2(x+1)^2=0$, $2x^2+4x+2=0$
따라서 $a=4$, $b=2$이므로 $a-b=2$

08 $x^2+10x=k-12$에서
$x^2+10x+25=k+13$, $(x+5)^2=k+13$
중근을 가지려면 $k+13=0$ $\quad\therefore k=-13$
[다른 풀이] $12-k=\left(\frac{10}{2}\right)^2=25$ $\quad\therefore k=-13$

09 $(x+a)^2=5$에서 $x+a=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=-a\pm\sqrt{5}$
따라서 $a=4$, $b=5$이므로 $a+b=9$

10 서로 다른 두 근을 가지려면 $\frac{a-2}{5}>0$
$a-2>0$ $\quad\therefore a>2$

11 $x^2+2x-15=-7$에서 $x^2+2x=8$
$x^2+2x+1=8+1$, $(x+1)^2=9$
따라서 $a=1$, $b=9$이므로 $a+b=10$

12 ③ ㉢ : $-\frac{5}{2}$

13 $a^2+a(a-1)=3$이므로 $2a^2-a-3=0$

$(2a-3)(a+1)=0 \quad \therefore a=\frac{3}{2}$ 또는 $a=-1$

$a=\frac{3}{2}$일 때, $y=-\frac{2}{3}x+2$, $a=-1$일 때, $y=x-3$

따라서 제2사분면을 지나지 않을 때의 a의 값은 -1이다.

14 $x=5$가 $x^2-3kx+k+3=0$의 해이므로

$25-15k+k+3=0$, $-14k=-28 \quad \therefore k=2$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+5x-6=0$

$(x-1)(x+6)=0 \quad \therefore x=-6$ 또는 $x=1$

15 $x^2+ax+b=0$, $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2-4b}{4}$

중근을 가지려면 $\frac{a^2-4b}{4}=0$, $a^2-4b=0$

따라서 만족하는 주사위의 순서쌍은 $(2,\ 1)$, $(4,\ 4)$

$\therefore$ (중근을 가질 확률)$=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

16 ④ $(x+2)^2=1$이므로 $x+2=\pm1$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-3$

서술형 문제 p.060

01 (1) $x\neq-3$이고 $x\neq2$ (2) $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ **02** (1) 2 (2) -1 **03** 210

01 (1) $x^2+x-6\neq0$에서 $(x+3)(x-2)\neq0$

$\therefore x\neq-3$이고 $x\neq2$ ……㉠

(2) $3x^2+8x-3=0$에서 $(3x-1)(x+3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ ……㉡

(3) ㉡의 값 중에서 ㉠의 값을 만족시키는 값은 $x=\frac{1}{3}$

02 (1) $x^2-8x+6k+4=0$이 중근을 가지려면

$6k+4=\left(-\frac{8}{2}\right)^2=16 \quad \therefore k=2$

(2) $2x^2+3x-2=0$에서 $(2x-1)(x+2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 두 근의 곱은 $(-2)\times\frac{1}{2}=-1$

03 $x=3$을 $x^2+ax-15=0$에 대입하면

$9+3a-15=0$, $3a=6 \quad \therefore a=2$

$x^2+2x-15=0$에서 $(x-3)(x+5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-5 \quad \therefore A=\{-5,\ 3\}$

$B=\left\{-\frac{5}{4},\ 3\right\}$이므로

$4x^2+bx+c=0$에 $x=-\frac{5}{4}$, $x=3$을 각각 대입하면

$\frac{25}{4}-\frac{5}{4}b+c=0$, $36+3b+c=0 \quad \therefore b=-7$, $c=-15$

$\therefore abc=2\times(-7)\times(-15)=210$

10강 이차방정식의 풀이 (2)

개념 체크 p.061

1-1 (1) $x=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$ (2) $x=\frac{3\pm\sqrt{41}}{4}$ (3) $x=2\pm\sqrt{3}$ (4) $x=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$ **2-1** (1) $x=-1\pm\sqrt{5}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{10}}{3}$ (3) $x=\frac{1\pm\sqrt{46}}{9}$ **2-2** (1) $x=0$ 또는 $x=-4$ (2) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$ (3) $x=3\pm\sqrt{7}$
2-3 (1) 2개 (2) 1개 (3) 0개

기초 다지기 p.062~063

1-1 ③ **1-2** 10 **2-1** ⑤ **2-2** ② **3-1** ③ **3-2** 3 **4-1** ④ **4-2** (1) $x=0$ 또는 $x=5$ (2) $x=-6$ 또는 $x=-2$ **5-1** ③ **5-2** (1) $k<4$ (2) $k=4$ (3) $k>4$ **6-1** ③ **6-2** ②

1-1 ③ ㉢ : 3

1-2 $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-2\times5}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 $A=4$, $B=6$이므로 $A+B=10$

2-1 $4(1-x^2)=3x+3-x$, $4-4x^2=2x+3$

$4x^2+2x-1=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times(-1)}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$

2-2 $3x^2-12x+12=2x^2-4x+2$에서 $x^2-8x+10=0$

$\therefore x=-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\times10}=4\pm\sqrt{6}$

따라서 두 근의 곱은 $(4+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})=16-6=10$

3-1 양변에 10을 곱하면

$x^2-3x-10=0$, $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

따라서 두 근의 합은 $-2+5=3$

3-2 양변에 10을 곱하면 $5x^2+8x-1=0$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-5\times(-1)}}{5}=\frac{-4\pm\sqrt{21}}{5}$

따라서 $p=-4$, $q=7$이므로 $p+q=3$

4-1 $x-2=A$로 치환하면

$3A^2-2A-1=0$, $(3A+1)(A-1)=0$

$\therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

즉, $x-2=-\frac{1}{3}$ 또는 $x-2=1 \quad \therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=3$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{5}{3}\times3=5$

4-2 (1) $x-1=A$로 치환하면
$A^2-3A-4=0$, $(A-4)(A+1)=0$
$\therefore A=-1$ 또는 $A=4$ $\quad \therefore x=0$ 또는 $x=5$
(2) 양변에 4를 곱하면
$(x+3)^2+2(x+3)-3=0$에서
$x+3=A$로 치환하면
$A^2+2A-3=0$, $(A+3)(A-1)=0$
$\therefore A=-3$ 또는 $A=1$ $\quad \therefore x=-6$ 또는 $x=-2$

5-1 ① $b^2-4ac=3^2-4\times1\times0=9>0$: 근이 2개
② $b^2-4ac=(-6)^2-4\times1\times9=0$: 근이 1개
③ $b^2-4ac=4^2-4\times1\times5=-4<0$: 근이 없다.
④ $b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-4)=17>0$: 근이 2개
⑤ $b^2-4ac=5^2-4\times2\times1=17>0$: 근이 2개

5-2 $b^2-4ac=4^2-4\times1\times k=-4k+16$이므로
(1) $-4k+16>0$ $\quad \therefore k<4$
(2) $-4k+16=0$ $\quad \therefore k=4$
(3) $-4k+16<0$ $\quad \therefore k>4$

6-1 $x^2+8x+3k+1=0$이 중근을 가지므로
$8^2-4\times1\times(3k+1)=0$, $64-12k-4=0$ $\quad \therefore k=5$
$k=5$를 주어진 방정식에 대입하면
$x^2+8x+16=0$, $(x+4)^2=0$ $\quad \therefore x=-4$(중근)
$\therefore a=-4$ $\quad \therefore k+a=1$

6-2 $2x^2-(a+4)x+18=0$이 중근을 가지므로
$(a+4)^2-4\times2\times18=0$
$a^2+8a-128=0$, $(a+16)(a-8)=0$
$\therefore a=-16$ 또는 $a=8$
따라서 모든 a의 값의 합은 $-16+8=-8$

실력다지기 p.064~065

01 ⑤ 02 ② 03 ① 04 ⑤ 05 ② 06 ④ 07 5 08 ④ 09 ② 10 ⑤ 11 ① 12 -13 13 ① 14 $x=2$ 15 ③ 16 ①

01 $x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times2}}{3}=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{3}$
따라서 $A=3$, $B=3$이므로 $A+B=6$

02 $x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-4p}}{2}$이므로 $q=5$, $25-4p=21$에서 $p=1$
따라서 $p-q=-4$이다.

03 $x^2+x-12=-4x-18$에서 $x^2+5x+6=0$
$(x+2)(x+3)=0$ $\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=-3$
따라서 $a=-2$, $b=-3$ ($\because a>b$)이므로
$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

04 양변에 6을 곱하면 $2x^2-3x-1=0$
$\therefore x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4\times2\times(-1)}}{4}=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

05 양변에 6을 곱하면 $3(x+1)(x+3)=4x(x+2)$
$3x^2+12x+9=4x^2+8x$, $x^2-4x-9=0$
$\therefore x=2\pm\sqrt{13}$
따라서 두 근의 곱은 $(2+\sqrt{13})(2-\sqrt{13})=4-13=-9$

06 $x+4=A$로 치환하면
$A^2-2A-15=0$, $(A-5)(A+3)=0$
$\therefore A=5$ 또는 $A=-3$ 즉, $x+4=5$ 또는 $x+4=-3$
$\therefore x=1$ 또는 $x=-7$ $\quad \therefore \alpha^2+\beta^2=1^2+(-7)^2=50$

07 $x+3y=A$로 치환하면 $2x+6y=2A$이므로
$2A(A-4)=10$, $2A^2-8A-10=0$
$A^2-4A-5=0$, $(A+1)(A-5)=0$
$\therefore A=-1$ 또는 $A=5$ $\quad \therefore x+3y=5$

08 ④ $b^2-4ac=(-2)^2-4\times3\times1=-8<0$이므로 근이 없다.

09 $b'^2-ac>0$에서 $3^2-(m-5)>0$ $\quad \therefore m<14$

10 $x^2+(2k-3)x+k^2=0$이 해가 없으려면
$(2k-3)^2-4\times1\times k^2<0$, $-12k+9<0$ $\quad \therefore k>\dfrac{3}{4}$

11 $m^2-4(3-m)=0$, $m^2+4m-12=0$
$(m+6)(m-2)=0$ $\quad \therefore m=-6$ 또는 $m=2$
따라서 m의 값의 합은 $-6+2=-4$이다.

12 $x^2-4x-m=0$이 중근을 가지므로
$(-4)^2-4\times1\times(-m)=0$, $16+4m=0$ $\quad \therefore m=-4$
$m=-4$를 $x^2-2(m+1)x+n=0$에 대입하면
$x^2+6x+n=0$
$x^2+6x+n=0$이 중근을 가지므로 $6^2-4\times1\times n=0$
$36-4n=0$ $\quad \therefore n=9$ $\quad \therefore m-n=-4-9=-13$

13 양변에 6을 곱하면 $2x^2=3(x-2)(x+1)$
$2x^2=3x^2-3x-6$, $x^2-3x-6=0$
근의 공식에 의하여
$x=\dfrac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-6)}}{2}=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{2}$
따라서 음수인 근 $k=\dfrac{3-\sqrt{33}}{2}$
$\therefore 2k-3=2\times\dfrac{3-\sqrt{33}}{2}-3=-\sqrt{33}$

14 $\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}=0$의 양변에 12를 곱하면
$3x^2-8x+4=0$, $(3x-2)(x-2)=0$
$\therefore x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=2$
$0.5x^2-0.4x-1.2=0$의 양변에 10을 곱하면
$5x^2-4x-12=0$, $(5x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-\dfrac{6}{5}$ 또는 $x=2$
따라서 공통인 근은 $x=2$이다.

15 $(x-y)^2-3(x-y)-40=0$에서 $x-y=A$로 치환하면
$A^2-3A-40=0$, $(A+5)(A-8)=0$
$\therefore A=-5$ 또는 $A=8$
따라서 $x<y$이므로 $x-y=-5$

16 $x^2+2x+3m=0$이 서로 다른 두 실근을 가질 조건은
$1-3m>0$ $\quad\therefore m<\frac{1}{3}$ ······㉠
$x^2+2(m+1)x+m+3=0$이 중근을 가질 조건은
$(m+1)^2-(m+3)=0$, $m^2+m-2=0$
$(m+2)(m-1)=0$ $\quad\therefore m=-2$ 또는 $m=1$ ······㉡
따라서 ㉠과 ㉡을 모두 만족하는 m의 값은 -2이다.

서술형 문제 p.066

01 1 **02** -4 **03** (1) 2 (2) $\frac{2}{3}$

01 양변에 10을 곱하면 $2x^2+5x+10A=0$
$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{25-80A}}{4}=\frac{B\pm\sqrt{33}}{4}$
따라서 $A=-\frac{1}{10}$, $B=-5$이므로
$2AB=2\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times(-5)=1$

02 $2x-3y=A$로 치환하면 $(A+1)(A+3)+1=0$
$A^2+4A+3+1=0$ $A^2+4A+4=0$
$(A+2)^2=0$ $\quad\therefore A=-2$(중근)
즉, $2x-3y=-2$
$\therefore 4x-6y=2(2x-3y)=2\times(-2)=-4$

03 (1) $b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times(m-1)=0$
$4-4m+4=0$, $-4m=-8$ $\quad\therefore m=2$
(2) $3x^2-2x-4=0$에서
$$x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-4)}}{6}=\frac{2\pm\sqrt{52}}{6}$$
$$=\frac{2\pm2\sqrt{13}}{6}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{3}$$
$$\therefore \alpha+\beta=\frac{1+\sqrt{13}}{3}+\frac{1-\sqrt{13}}{3}=\frac{2}{3}$$

11강 이차방정식의 활용

개념체크 p.067

1-1 (1) $-\frac{3}{2}$ (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{13}{4}$ **2-1** (1) $x^2+x-6=0$
(2) $3x^2+6x+3=0$ (3) $3x^2-15x-36=0$
2-2 $x^2-2x-2=0$ **3-1** 십각형 **3-2** 8 m

기초 다지기 p.068~069

1-1 ④ **1-2** 3 **2-1** ③ **2-2** ③ **3-1** (1) $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-4$ (2) $x^2+x-12=0$ **3-2** $2x^2-2x-4=0$
4-1 다른 한 근 : $2-\sqrt{3}$, $a=4$ **4-2** -4 **5-1** 3, 4, 5
5-2 ③ **6-1** ③ **6-2** ④ **7-1** ③ **7-2** 2 cm

1-1 오답풀이
① $\alpha+\beta=5$ ② $\alpha\beta=-4$이므로 $2\alpha\beta=-8$
③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5^2-2\times(-4)=33$
⑤ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=-\frac{33}{4}$

1-2 $\alpha+\beta=-\frac{-4}{2}=2$, $\alpha\beta=\frac{1}{2}$
$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2-2\times\frac{1}{2}=4-1=3$

2-1 $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=0$에서 $6x^2-x-1=0$
따라서 $a=-1$, $b=-1$이므로 $a+b=-2$

2-2 $4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\quad\therefore 4x^2+4x+1=0$
따라서 $A=2$, $B=1$이므로 $A-B=1$

3-1 (1) 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-\frac{-3}{1}=3$, $\alpha\beta=\frac{-4}{1}=-4$
(2) 구하는 이차방정식의 두 근이 3, -4이고,
x^2의 계수가 1이므로
$(x-3)(x+4)=0$ $\quad\therefore x^2+x-12=0$

3-2 $a=2$, $b=-1$이므로
$2(x-2)(x+1)=0$ $\quad\therefore 2x^2-2x-4=0$

4-1 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$이므로
$a=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$

4-2 다른 한 근이 $-1+\sqrt{5}$이므로
$k=(-1-\sqrt{5})(-1+\sqrt{5})=1-5=-4$

5-1 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면
$(x-1)^2+x^2=(x+1)^2$, $2x^2-2x+1=x^2+2x+1$
$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=4$
그런데 x는 1보다 큰 자연수이므로 연속하는 세 자연수는 3, 4, 5이다.

5-2 두 수를 x, $x-2$라 하면
$x(x-2)=63$, $x^2-2x-63=0$
$(x-9)(x+7)=0$ $\quad\therefore x=9$ ($\because x>2$)
따라서 두 자연수는 7, 9이므로 $7+9=16$

6-1 공을 쏘아 올린 지 t초 후의 높이가 80 m라고 하면
$40t-5t^2=80$, $t^2-8t+16=0$, $(t-4)^2=0$ $\quad\therefore t=4$
따라서 높이가 80 m일 때는 쏘아 올린 지 4초 후이다.

6-2 $30x-5x^2=0$이므로 $-5x(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because x>0$)

7-1 도로의 폭을 x m라 하면
$(18-x)(10-x)=128,\ x^2-28x+52=0$
$(x-2)(x-26)=0\quad \therefore\ x=2\ (\because\ x<10)$

7-2 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면
$\pi(x+2)^2=4\pi x^2,\ 3x^2-4x-4=0$
$(3x+2)(x-2)=0\quad \therefore\ x=2\ (\because\ x>0)$

실력 다지기 p.070~071

01 ③	02 -1	03 $-9,\ 7$	04 ①	05 ②
06 ③	07 ④	08 6	09 ②	10 8
11 ⑤	12 ③	13 ④	14 ②	15 $3x^2-8x-16=0$
16 ④	17 12 cm			

01 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=1$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2-\alpha\beta=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta=4^2-3\times1=13$

Plus α!
이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$에서
• 두 근의 합 : $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$
• 두 근의 곱 : $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

02 두 근의 곱은 -2이므로
$x^2+kx-6=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(-2)^2-2k-6=0,\ -2k=2\quad \therefore\ k=-1$

03 두 근을 $\alpha,\ 3\alpha$로 놓으면
$\alpha+3\alpha=k+1\quad \therefore\ k=4\alpha-1$
$\alpha\times3\alpha=12,\ \alpha^2=4\quad \therefore\ \alpha=-2$ 또는 $\alpha=2$
$\therefore\ k=-9$ 또는 $k=7$

04 두 근이 -4, 3이고, 이차항의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x+4)(x-3)=0$이므로
$2(x^2+x-12)=0,\ 2x^2+2x-24=0$
따라서 $b=-2,\ c=-24$이므로 $b+c=-26$

05 $x(x+1)=2,\ x^2+x-2=0,\ (x+2)(x-1)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$
따라서 -2를 중근으로 하고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은 $4(x+2)^2=0$ 즉, $4x^2+16x+16=0$

06 $(x-1)(x+3)=0$
즉, $x^2+2x-3=0$에서 $a=2,\ b=-3$
따라서 $2x^2-3x-9=0$을 풀면
$(2x+3)(x-3)=0\quad \therefore\ x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=3$

07 $\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=-4$이므로
$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{\alpha\beta}=-\dfrac{1}{4}$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{4}=0$
$\therefore\ 4x^2+6x-1=0$

08 다른 한 근이 $4-\sqrt{10}$이므로
$k=(4+\sqrt{10})(4-\sqrt{10})=6$

09 n번째 삼각형에 사용된 바둑돌의 수를 78개라고 하면
$\dfrac{n(n+1)}{2}=78,\ n^2+n-156=0$
$(n-12)(n+13)=0\quad \therefore\ n=12\ (\because\ n>0)$

10 어떤 자연수를 x라 하면
$x^2=2x+48,\ x^2-2x-48=0,\ (x+6)(x-8)=0$
$\therefore\ x=-6$ 또는 $x=8$
그런데 x는 자연수이므로 $x=8$이다.

11 학생 수를 x명이라 하면
한 사람이 받는 사과의 개수는 $(x-8)$개이므로
$x(x-8)=153,\ x^2-8x-153=0,\ (x+9)(x-17)=0$
$\therefore\ x=17\ (\because\ x>0)$

12 $50+25t-5t^2=20,\ t^2-5t-6=0$
$(t+1)(t-6)=0\quad \therefore\ t=6\ (\because\ t>0)$

13 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이는 $(x-8)$ cm이고, 부피가 400 cm^3이므로
$4(x-8)^2=400,\ (x-8)^2=100,\ x-8=\pm10$
$\therefore\ x=18$ 또는 $x=-2$
그런데 $x>8$이므로 처음 정사각형의 한 변의 길이는 18 cm이다.

14 $x^2+3x-8=0$에서
$(\alpha+1)+(\beta+1)=-3$이므로 $\alpha+\beta=-5$
$(\alpha+1)(\beta+1)=-8$이므로 $\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-8$
$\therefore\ \alpha\beta=-4$
따라서 $-2a=\alpha+\beta=-5,\ b=\alpha\beta=-4$이므로
$a=\dfrac{5}{2},\ b=-4$이다.
$\therefore\ ab=\dfrac{5}{2}\times(-4)=-10$

15 $a=-\dfrac{4}{3},\ b=4$이므로
$3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)(x-4)=0,\ 3\left(x^2-\dfrac{8}{3}x-\dfrac{16}{3}\right)=0$
$\therefore\ 3x^2-8x-16=0$

16 (정가)$=2000\times\left(1+\dfrac{x}{100}\right)$(원)이고
정가를 할인한 가격은
$\left\{2000\times\left(1+\dfrac{x}{100}\right)\right\}\times\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$(원)이므로
$\left\{2000\times\left(1+\dfrac{x}{100}\right)\right\}\times\left(1-\dfrac{x}{100}\right)=1820$
$2000-\dfrac{1}{5}x^2=1820,\ x^2=900\quad \therefore\ x=30\ (\because\ x>0)$

17 $\overline{FE}=x$ cm라 하면 $\overline{AE}=\overline{FE}=x$ cm이므로
$\overline{EC}=(18-x)$ cm
$x(18-x)=72,\ x^2-18x+72=0$
$(x-6)(x-12)=0\quad \therefore\ x=6$ 또는 $x=12$
$\therefore\ \overline{FE}=12$ cm $(\because\ \overline{FE}>\overline{EC})$

서술형 문제 p.072

01 (1) 2 (2) $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-5$ (3) 14 02 (1) $x^2+x-12=0$ (2) $x=-4$ 또는 $x=3$ 03 (1) $\overline{\mathrm{AP}}=2x$, $\overline{\mathrm{AQ}}=20-2x$ (2) 2초 후 또는 8초 후

01 (1) $(-4)^2-4\times1\times2A=0$ $\therefore A=2$

(2) $A=2$를 $x^2-Ax-5=0$에 대입하면

$x^2-2x-5=0$

$\therefore \alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-5$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=2^2-2\times(-5)=14$

02 (1) $(x+2)(x-6)=0$에서 $x^2-4x-12=0$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 -12이다.

$(x+5)(x-4)=0$에서 $x^2+x-20=0$

즉, 처음 이차방정식의 일차항의 계수는 1이다.

$\therefore x^2+x-12=0$

(2) $(x+4)(x-3)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

03 (1) 1초에 2 cm씩 움직이므로

x초 후 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{QD}}=2x$

$\therefore \overline{\mathrm{AP}}=2x$, $\overline{\mathrm{AQ}}=20-2x$

(2) $\triangle\mathrm{APQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AP}}\times\overline{\mathrm{AQ}}$

$=\frac{1}{2}\times2x\times(20-2x)=32$

$2x^2-20x+32=0$, $x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=8$

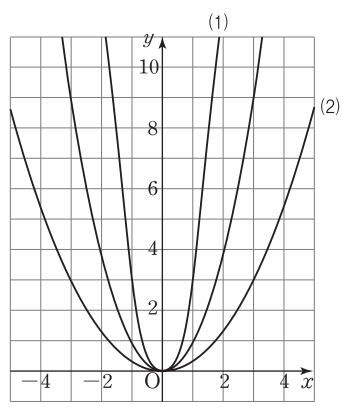
따라서 넓이가 32 cm^{2}가 되는 것은 출발한 지 2초 후 또는 8초 후이다.

12강 이차함수의 뜻과 그래프

개념체크 p.073

1-1 ④ 2-1 ㉠, ㉢

3-1



기초다지기 p.074~075

1-1 ③ 1-2 ④ 2-1 해설 참조 2-2 (1) $y=x^2-2x-3$ (2) 12 3-1 3 3-2 5 4-1 ③ 4-2 ④ 5-1 ④ 5-2 (1) ㉢, ㉣, ㉤ (2) ㉠, ㉡ (3) ㉡과 ㉤ 6-1 ⑤ 6-2 $\frac{1}{2}<a<1$ 7-1 ⑤ 7-2 ④

1-1 ② $y=x^2-4x+4-(x^2+6x+9)=-10x-5$(일차함수)

③ $y=x^2-x$(이차함수)

④ $y=x^3-6x^2$(삼차함수)

1-2 ④ $y=x^2+6x+9-x^2=6x+9$(일차함수)

2-1 (1) $y=\pi x^2$ ⇒ 이차함수이다.

(2) $y=x(x+2)=x^2+2x$ ⇒ 이차함수이다.

(3) $y=3\times2x=6x$ ⇒ 이차함수가 아니다.

(4) $y=\frac{x}{100}\times400=4x$ ⇒ 이차함수가 아니다.

2-2 (1) $y=(x+1)(x-3)$

$=x^2-2x-3$

(2) $x=5$를 대입하면

$y=5^2-2\times5-3=12$

3-1 $f(1)=3$, $f(2)=0$이므로 $f(1)-f(2)=3$

3-2 $f(-2)=-4-4+a=-3$ $\therefore a=5$

4-1 ③ $\frac{1}{2}\neq-\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

4-2 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{4}\times4^2=4$

5-1 ④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

5-2 $y=ax^2$의 그래프에서

(1) $a>0$이면 아래로 볼록하므로 ㉢, ㉣, ㉤이다.

(2) $a<0$이면 위로 볼록하므로 ㉠, ㉡이다.

(3) ㉡ $y=-2x^2$의 그래프와 ㉤ $y=2x^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

6-1 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 폭이 가장 좁은 것은 ⑤ $y=5x^2$이다.

6-2 $y=ax^2$의 그래프가 $y=\frac{1}{2}x^2$과 $y=x^2$의 그래프 사이에 있으므로 $\frac{1}{2}<a<1$

7-1 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ -4)$를 지나므로

$-4=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{4}{9}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{4}{9}x^2$

7-2 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2,\ 16)$을 지나므로

$16=a\times2^2$ $\therefore a=4$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=4x^2$

실력다지기 p.076~077

01 ⑤ 02 ⑤ 03 ②, ④ 04 10 05 ②
06 ② 07 ④ 08 ⑤ 09 ②, ③ 10 ⑤
11 ② 12 12 13 ② 14 $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{16}{9}\right)$ 15 ④ 16 $y=\frac{3}{2}x^2$

01 ⑤ $y=4x^2-(4x^2+4x+1)=-4x-1$(일차함수)

02 $y=a(x+2)^2+4x-3x^2=ax^2+4ax+4a+4x-3x^2$
$=(a-3)x^2+(4a+4)x+4a$
이차함수가 되려면 $a-3\neq0$ $\therefore a\neq3$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

03 ① $y=2\pi x$(일차함수) ② $y=\frac{1}{2}\pi x^2$(이차함수)
③ $y=\frac{5}{x}$ ④ $y=x(10-x)=-x^2+10x$(이차함수)
⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+2x)\times4=6x$(일차함수)

04 $f(1)=2\times1^2-1+3=4$
$f(-1)=2\times(-1)^2-(-1)+3=6$
$\therefore f(1)+f(-1)=4+6=10$

05 $f(-3)=-(-3)^2-3a+6=3$
$-3-3a=3$, $-3a=6$ $\therefore a=-2$

06 ② $-\frac{1}{3}\neq\frac{1}{3}\times(-1)^2$

07 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -2)$를 지나므로
$-2=a\times2^2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
$y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-4, b)$를 지나므로
$b=-\frac{1}{2}\times(-4)^2=-8$
$\therefore ab=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-8)=4$

08 ⑤ $y=-4x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

09 ② 위로 볼록한 그래프는 ㉡, ㉣, ㉤, ㉥의 4개이다.
③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.

10 $y=ax^2$에서 $a>0$이고, a의 절댓값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

Plus α!
이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

11 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-2x^2$의 그래프와 x축 사이에 있으므로 a의 값의 범위는 $-2<a<0$이다.

12 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로
$3=a\times2^2$ $\therefore a=\frac{3}{4}$
따라서 $f(x)=\frac{3}{4}x^2$이므로 $f(-4)=\frac{3}{4}\times(-4)^2=12$

13 $f(1)=1^2-2\times1+a=-3$
$-1+a=-3$ $\therefore a=-2$
즉, $f(x)=x^2-2x-2$
$f(-2)=(-2)^2-2\times(-2)-2=6$ $\therefore b=6$
$\therefore a+b=-2+6=4$

14 $\mathrm{A}(a, a^2)$이라 하면
$\mathrm{B}\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $\mathrm{D}(-a, a^2)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로
$\frac{3}{2}a^2=-2a$, $\frac{3}{2}a\left(a+\frac{4}{3}\right)=0$
$\therefore a=-\frac{4}{3}$ ($\because a\neq0$)
따라서 점 A의 좌표는 $\left(-\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$

15 $y=ax^2$으로 놓으면 $-\frac{1}{3}<a<0$ 또는 $0<a<1$

16 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -6)$을 지나므로
$-6=a\times2^2$, $a=-\frac{3}{2}$ $\therefore y=-\frac{3}{2}x^2$
따라서 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $-y=-\frac{3}{2}x^2$
$\therefore y=\frac{3}{2}x^2$

서술형 문제 p.078

01 $\frac{3}{4}$ 02 -1 03 (1) $y=4x^2$ (2) $\mathrm{P}(-\sqrt{2}, 8)$

01 $\mathrm{A}(2, 12)$, $\mathrm{B}(2, 4a)$, $\mathrm{C}(2, 0)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=12-4a$, $\overline{\mathrm{BC}}=4a$이다.
$\overline{\mathrm{AB}}=3\overline{\mathrm{BC}}$이므로
$12-4a=3\times4a$, $16a=12$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

02 $y=2x^2$의 그래프가 점 $(a, 18)$을 지나므로
$18=2a^2$, $a^2=9$ $\therefore a=-3$ ($\because a<0$)
또, $y=bx^2$의 그래프가 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=-2$
$\therefore a-b=-3-(-2)=-1$

03 (1) $y=ax^2$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로
$4=a\times1^2$ $\therefore a=4$
따라서 이차함수의 식은 $y=4x^2$
(2) 점 P의 x좌표를 k라 하면 y좌표는 $4k^2$이므로
$\triangle\mathrm{POA}=\frac{1}{2}\times3\times4k^2=6k^2$
$6k^2=12$, $k^2=2$ $\therefore k=-\sqrt{2}$ ($\because k<0$)
따라서 점 P의 좌표는 $(-\sqrt{2}, 8)$

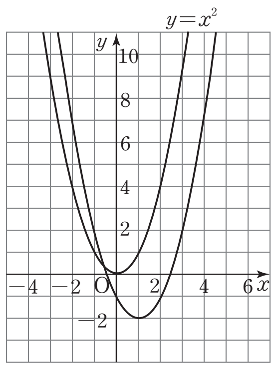
13강 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

개념체크 p.079

1-1 (1) $y=2x^2-4$ (2) $y=-\frac{1}{3}x^2+1$

2-1 (1) $y=-(x+3)^2$ (2) $y=4(x-1)^2$

3-1



꼭짓점의 좌표 : $(1,\ -2)$

축의 방정식 : $x=1$

기초다지기 p.080~081

1-1 ④ 1-2 꼭짓점의 좌표 : $(0,\ -5)$, 축의 방정식 : $x=0$ 2-1 24 2-2 ④ 3-1 ② 3-2 5 4-1 5 4-2 $y=-2(x-3)^2$ 5-1 ① 5-2 $x<4$ 6-1 ④ 6-2 7 7-1 ④ 7-2 ②

1-1 $y=\frac{1}{2}x^2+2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{1}{2}\times4^2+2=8+2=10$

1-2 $y=2x^2-5$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -5)$이고 축의 방정식은 $x=0$이다.

2-1 $y=6(x+2)^2$의 그래프가 점 $(-4,\ m)$을 지나므로
$m=6(-4+2)^2 \quad \therefore m=24$

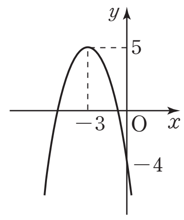
2-2 $y=-\frac{1}{3}(x-p)^2$의 그래프가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로
$-3=-\frac{1}{3}(1-p)^2,\ (1-p)^2=9$
$1-p=\pm3 \quad \therefore p=-2$ 또는 $p=4$
그런데 $p>0$이므로 $p=4$

3-2 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$에서 $(0,\ 0)$으로 평행이동하였으므로 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하였다.
따라서 $a=2,\ b=3$이므로 $a+b=5$

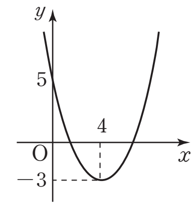
4-1 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로 $y=a(x-2)^2+5$
점 $(0,\ -3)$을 지나므로
$-3=a(0-2)^2+5,\ -3=4a+5 \quad \therefore a=-2$
따라서 $a=-2,\ p=2,\ q=5$이므로 $a+p+q=5$

4-2 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로 $y=a(x-3)^2$
여기에 $x=2,\ y=-2$를 대입하면
$-2=a(2-3)^2 \quad \therefore a=-2$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2(x-3)^2$

5-1 $y=-(x+3)^2+5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.



5-2 $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x의 값의 범위는 $x<4$이다.



6-1 평행이동하면 $y=2(x+1)^2+5$
y축에 대하여 대칭이동하면 $y=2(x-1)^2+5$

Plus α!
이차함수의 그래프에서 x축에 대한 대칭이동은 y 대신 $-y$를 대입하고, y축에 대한 대칭이동은 x 대신 $-x$를 대입한다.

6-2 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=\frac{1}{3}(x+1)^2+4$
$y=\frac{1}{3}(x+1)^2+4$의 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{1}{3}\times(2+1)^2+4=7$

7-1 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로
$p>0,\ q<0$

7-2 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점의 y좌표가 음수이므로 $q<0$

실력다지기 p.082~083

01 ④ 02 -2 03 ⑤ 04 ② 05 ③ 06 ② 07 -3 08 ① 09 ④ 10 ① 11 3 12 ①, ④ 13 72 14 ② 15 -1 16 ④

01 $y=-\frac{1}{2}x^2+q$의 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로
$2=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+q \quad \therefore q=4$
따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이다.

02 $y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(1,\ -2)$, $(-2,\ 7)$을 지나므로
$-2=a+q$ ……㉠
$7=4a+q$ ……㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-5$
$\therefore\ a+q=-2$

03 $y=2(x+3)^2$의 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로
$k=2\times(-2+3)^2=2$

04 $y=-(x+3)^2$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$이므로 그래프는 ②이다.

05 이차항의 계수가 같은 것을 찾으면 ③이다.

06 ② 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -1)$이다.

07 $y=4(x-2-p)^2-1+q$의 그래프와 $y=4x^2$의 그래프가 일치하므로
$-p-2=0$에서 $p=-2$, $-1+q=0$에서 $q=1$
$\therefore\ p-q=-2-1=-3$

08 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 $p=2$, $q=3$
$y=a(x-2)^2+3$의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로
$-1=4a+3 \quad \therefore\ a=-1$
$\therefore\ apq=(-1)\times2\times3=-6$

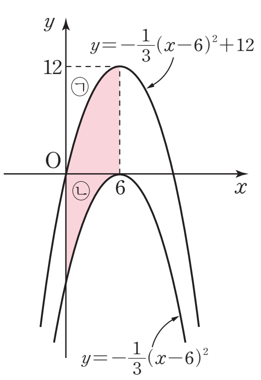
09 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -7)$이고 아래로 볼록하며 점 $(0,\ 11)$을 지나므로 제4사분면을 지나지 않는다.

10 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+2$이므로
$x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

11 $y=3(x-4)^2$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로
$k=3\times(3-4)^2 \quad \therefore\ k=3$

12 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

13 두 그래프의 모양이 서로 같으므로 ㉠과 ㉡의 넓이가 같다.
$\therefore\ 6\times12=72$



14 $y=(x-p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로
$p=-3$
$\therefore\ y=(x+3)^2+q$
이때, 꼭짓점 $(-3,\ q)$가 직선 $y=-2x+8$ 위에 있으므로 $q=6+8=14$
$\therefore\ p+q=-3+14=11$

15 x축에 대하여 대칭이동하면 $y=-2x^2+4$
이 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-2x^2+4+b$
따라서 $a=-2$, $4+b=5$에서 $b=1 \quad \therefore\ a+b=-1$

16 일차함수 $y=ax-b$에서 $a<0$, $b<0$
따라서 $y=a(x+b)^2$의 그래프는 ④이다.

서술형 문제 p.084

01 (1) $y=-2x^2+8$ (2) 16 **02** (1) -3 (2) -1 (3) 2 **03** (1) $p=1$, $q=-2$ (2) 1 (3) 2

01 (1) $y=-2x^2+8$
(2) 점 A는 꼭짓점의 좌표이므로 $A(0,\ 8)$
$y=-2x^2+8$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2+8$, $2x^2=8$, $x^2=4 \quad \therefore\ x=\pm2$
$\therefore\ B(-2,\ 0)$, $C(2,\ 0)$
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AO}=\frac{1}{2}\times4\times8=16$

02 (1) $y=x^2-9$, $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -9)$, $(p,\ 0)$
$y=x^2-9$의 그래프가 점 $(p,\ 0)$을 지나므로
$0=p^2-9 \quad \therefore\ p=-3\ (\because\ p<0)$
(2) $y=a(x+3)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$-9=9a \quad \therefore\ a=-1$
(3) $a-p=-1-(-3)=2$

03 (1) 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 $p=1$, $q=-2$
(2) $y=a(x-1)^2-2$에 $x=0$, $y=-1$을 대입하면
$-1=a-2 \quad \therefore\ a=1$
(3) $y=(x-1)^2-2$에 $x=-1$, $y=m$을 대입하면
$m=(-1-1)^2-2=4-2=2 \quad \therefore\ m=2$

14강 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

개념 체크 p.085

1-1 2, 2, 1, 1, 1, -2 **2-1** $a<0$, $b<0$, $c>0$
3-1 $y=x^2+4x+5$

기초 다지기 p.086~087

1-1 ② **1-2** 3 **2-1** ③ **2-2** 10 **3-1** ② **3-2** 제3사분면 **4-1** $y=2x^2-12x+17$ **4-2** 10 **5-1** ② **5-2** ① **6-1** ③ **6-2** $y=2x^2-x+1$
7-1 $y=-x^2+2x+3$ **7-2** $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

1-1 $y=-x^2+8x+3=-(x^2-8x+16-16)+3$
$=-(x-4)^2+19$
② 축의 방정식은 $x=4$이다.

1-2 $y=(x+2a)^2-a^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2a,\ -a^2+b)$이므로
$-2a=-2,\ -a^2+b=1$에서 $a=1,\ b=2$
$\therefore\ a+b=3$

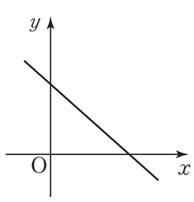
2-1 $y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2+4x+6,\ -2(x-3)(x+1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$
$y=-2x^2+4x+6=-2(x^2-2x+1-1)+6$
$=-2(x-1)^2+8$이므로 $\mathrm{C}(1,\ 8)$
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times4\times8=16$

2-2 $-x^2+3x+4=0$에서 $-(x^2-3x-4)=0$
$-(x-4)(x+1)=0\quad \therefore\ x=-1$ 또는 $x=4$
$\therefore\ \mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(4,\ 0),\ \mathrm{C}(0,\ 4)$
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$

3-1 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $ab>0$에서 $b>0$
y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

Plus α!
이차함수 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$의 그래프에서
- 축이 y축의 왼쪽에 위치 : $a,\ b$는 같은 부호
- 축이 y축과 일치 : $b=0$
- 축이 y축의 오른쪽에 위치 : $a,\ b$는 다른 부호

3-2 $a<0,\ b>0,\ c>0$이므로
$y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



4-1 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -1)$이므로 $y=a(x-3)^2-1$
이 식에 $x=1,\ y=7$을 대입하면
$7=a(1-3)^2-1,\ 4a=8\quad \therefore\ a=2$
따라서 $y=2(x-3)^2-1$ 즉, $y=2x^2-12x+17$

4-2 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로 $y=a(x+2)^2+1$
이 식에 $x=0,\ y=5$를 대입하면
$5=a(0+2)^2+1,\ 4a=4\quad \therefore\ a=1$
$\therefore\ y=(x+2)^2+1$ 즉, $y=x^2+4x+5$
따라서 $a=1,\ b=4,\ c=5$이므로 $a+b+c=10$

5-1 $y=a(x+2)^2+q$로 놓고, 두 점 $(-1,\ 1),\ (0,\ -5)$를 각각 대입하면
$a+q=1,\ 4a+q=-5\quad \therefore\ a=-2,\ q=3$
따라서 $y=-2(x+2)^2+3$ 즉, $y=-2x^2-8x-5$

5-2 $y=(x-1)^2+q$에 $x=2,\ y=-3$을 대입하면
$-3=1+q\quad \therefore\ q=-4$
따라서 $y=(x-1)^2-4$ 즉, $y=x^2-2x-3$
따라서 $b=-2,\ c=-3$이므로 $b+c=-2-3=-5$

6-1 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(0,\ 2),\ (1,\ 3),\ (3,\ -1)$을 각각 대입하면
$2=c,\ 3=a+b+c,\ -1=9a+3b+c$
$\therefore\ a=-1,\ b=2,\ c=2$
$\therefore\ a-b+c=-1-2+2=-1$

6-2 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(0,\ 1),\ (-1,\ 4),\ (1,\ 2)$를 각각 대입하면
$c=1,\ a-b+c=4,\ a+b+c=2$
$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$
$\therefore\ y=2x^2-x+1$

7-1 x축과 두 점 $(-1,\ 0),\ (3,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x+1)(x-3)$에 $x=0,\ y=3$을 대입하면
$3=-3a\quad \therefore\ a=-1$
$\therefore\ y=-(x+1)(x-3)$ 즉, $y=-x^2+2x+3$

7-2 $y=a(x+2)(x-1)$에 $x=0,\ y=-1$을 대입하면
$-1=-2a\quad \therefore\ a=\frac{1}{2}$
$\therefore\ y=\frac{1}{2}(x+2)(x-1)$ 즉, $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-1$

실력 다지기 p.088~089

01 ④ 02 ③ 03 ① 04 ⑤ 05 ② 06 ③ 07 9 : 5 08 ⑤ 09 5 10 ③ 11 ② 12 ② 13 ③ 14 $-1<a<0$ 15 ⑤ 16 27

01 $y=-3x^2-6x+a=-3(x^2+2x+1-1)+a$
$=-3(x+1)^2+3+a$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 3+a)$이므로
$b=-1,\ 3+a=7$에서 $a=4$
$\therefore\ a+b=3$

02 ① $(1,\ 7)$ ② $(-3,\ -2)$ ③ $(-3,\ 1)$
④ $(1,\ -2)$ ⑤ $(-1,\ -2)$

03 $y=2x^2+4x-1=2(x^2+2x+1-1)-1$
$=2(x+1)^2-3$이므로
$a=2,\ b=-1,\ c=-3\quad \therefore\ a+b+c=-2$

04 $y=-(x^2-4x+4-4)+2=-(x-2)^2+6$
⑤ $y=x^2-4x-2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

05 $y=-x^2-6x+3=-(x^2+6x+9-9)+3$
$=-(x+3)^2+12$
따라서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소하는 x의 값의 범위가 될 수 있는 것은 ② $x>-3$이다.

06 $0=x^2-5x-14$, $(x-7)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=7$

x축과의 교점 A, B는 $(-2,\ 0)$, $(7,\ 0)$이다.

$\therefore\ \overline{\text{AB}}=7-(-2)=9$

07 점 D의 좌표는 $\left(0,\ \dfrac{5}{2}\right)$

$y=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2+\dfrac{9}{2}$이므로 점 C의 좌표는 $\left(-2,\ \dfrac{9}{2}\right)$

$0=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{5}{2}$, $0=-\dfrac{1}{2}(x+5)(x-1)$

따라서 점 A, B의 좌표는 각각 $\text{A}(-5,\ 0)$, $\text{B}(1,\ 0)$

$\therefore\ \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{27}{2}$, $\triangle\text{ABD}=\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}$

$\therefore\ \triangle\text{ABC} : \triangle\text{ABD}=\dfrac{27}{2} : \dfrac{15}{2}=9 : 5$

08 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $ab>0$에서 $b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

④ $f(-1)=a-b+c>0$

⑤ $f(1)=a+b+c$이고 $f(1)=0$이므로 $a+b+c=0$

09 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$이고

점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$y=a(x+1)^2-3$에 $x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a-3\quad\therefore\ a=1$

따라서 포물선의 식은 $y=(x+1)^2-3=x^2+2x-2$

$\therefore\ b=2$, $c=-2$

$\therefore\ a+b-c=1+2-(-2)=5$

10 $y=a(x-5)^2+q$에 두 점 $(2,\ 11)$, $(6,\ 3)$의 좌표를 각각 대입하면

$11=9a+q$, $3=a+q\quad\therefore\ a=1$, $q=2$

따라서 $y=(x-5)^2+2$에 $x=0$을 대입하면 $y=27$

11 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(-3,\ -1)$, $(1,\ -1)$, $(0,\ 5)$를 각각 대입하면

$-1=9a-3b+c$, $-1=a+b+c$, $c=5$

$\therefore\ a=-2$, $b=-4$, $c=5$

$\therefore\ y=-2x^2-4x+5=-2(x+1)^2+7$

12 $y=-4(x+2)(x-1)=-4x^2-4x+8$

13 $y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x-8$

$=-\dfrac{1}{2}(x^2+4x+4-4)-8$

$=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2-6$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -6)$

$y=x^2+mx-2$에 점 $(-2,\ -6)$을 대입하면

$-6=4-2m-2$, $-2m=-8\quad\therefore\ m=4$

14 $y=a(x+2)^2+4$의 그래프의

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로 $a<0$

$x=0$일 때, $4a+4>0$이어야 하므로 $a>-1$

$\therefore\ -1<a<0$

15 $a>0$, $b>0$, $c<0$이므로

이차함수 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는

$c<0$에서 위로 볼록, $b>0$에서 축은 y축의 오른쪽에 위치, $a>0$에서 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치

16 $y=-x^2+ax+b$에 점 $(0,\ 5)$를 대입하면 $b=5$

$y=-x^2+ax+5$에 점 $(5,\ 0)$을 대입하면 $a=4$

$y=-x^2+4x+5=-(x^2-4x+4-4)+5$

$=-(x-2)^2+9$

$\therefore\ \text{C}(2,\ 9)$

또, $-x^2+4x+5=0$, $-(x-5)(x+1)=0$

$\therefore\ \text{A}(-1,\ 0)\qquad\therefore\ \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times9=27$

서술형 문제 p.090

01 (1) $(2,\ -8)$ (2) $(-1,\ -3+k)$ (3) -12 **02** 0

03 (1) $a=-2$, $b=-5$, $c=4$ (2) 1

01 (1) $y=3x^2-12x+4=3(x^2-4x+4-4)+4$

$=3(x-2)^2-8$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -8)$

(2) $y=3x^2+6x+k=3(x^2+2x+1-1)+k$

$=3(x+1)^2-3+k$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -3+k)$

(3) 점 $(2,\ -8)$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면

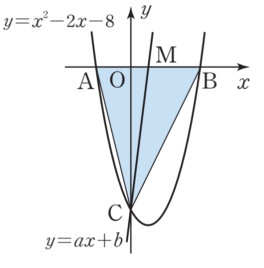
점 $(-1,\ -3+k)$와 일치하므로

$(2+m,\ -8-4)=(-1,\ -3+k)$

$2+m=-1$, $-12=-3+k$

$\therefore\ m=-3$, $k=-9\quad\therefore\ m+k=-12$

02 $x^2-2x-8=0$에서



$(x-4)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore\ \text{A}(-2,\ 0)$, $\text{B}(4,\ 0)$

$y=x^2-2x-8$에

$x=0$을 대입하면 $y=-8$

$\therefore\ \text{C}(0,\ -8)$

이때, $\overline{\text{AB}}$의 중점 $\text{M}(1,\ 0)$

두 점 $\text{C}(0,\ -8)$, $\text{M}(1,\ 0)$을 지나는

직선의 방정식은 $y=8x-8$

따라서 $a=8$, $b=-8$이므로 $a+b=0$

03 (1) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(-2,\ 6)$, $(0,\ 4)$, $(1,\ -3)$의 좌표를 각각 대입하면

$6=4a-2b+c$, $4=c$, $-3=a+b+c$

$\therefore\ a=-2$, $b=-5$, $c=4$

(2) $y=-2x^2-5x+4$에 $x=-3$, $y=k$를 대입하면

$k=-18+15+4=1$

15강 이차함수의 최댓값과 최솟값

개념체크 p.091

1-1 4, -4, -14, 아래로, -2, -14, 최댓값 **1**-2 (1) $x=2$일 때, 최댓값 11 (2) $x=\frac{1}{2}$일 때, 최솟값 4
2-1 (1) $y=-x^2+10x$ (2) 최댓값 : 25 cm^2, 가로의 길이 : 5 cm

기초다지기 p.092~093

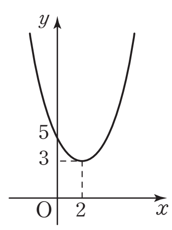
1-1 ① **1**-2 ② **2**-1 ④ **2**-2 (1) $\{y \mid y\geq 5\}$ (2) $\{y \mid y\leq 1\}$ **3**-1 ② **3**-2 2 **4**-1 1 **4**-2 -3 **5**-1 (1) 49 (2) 7, 7 **5**-2 ③ **6**-1 ④ **6**-2 2 **7**-1 ② **7**-2 8 m

1-1 $y=-2x^2+4x-7=-2(x^2-2x+1-1)-7$
$=-2(x-1)^2-5$이므로
$x=1$일 때, 최댓값 -5를 가진다.

Plus α!
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는 $a>0$일 때, $x=p$에서 최솟값 q를 가지고, $a<0$일 때, $x=p$에서 최댓값 q를 가진다.

1-2 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$
따라서 $p=-1$, $q=-4$이므로 $p+q=-5$

2-1 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+5$
$=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+5$
$=\frac{1}{2}(x-2)^2+3$
따라서 $x=2$일 때, 최솟값 3을 가지므로 구하는 치역은 $\{y \mid y\geq 3\}$



2-2 (1) $y=2x^2-12x+23=2(x-3)^2+5$이므로
y의 최솟값은 5이다.
(2) $y=-x^2-4x-3=-(x+2)^2+1$이므로
y의 최댓값은 1이다.

3-1 $y=-x^2+4x+2k-1=-(x^2-4x+4-4)+2k-1$
$=-(x-2)^2+2k+3$
최댓값이 1이므로 $2k+3=1$ $\therefore k=-1$

3-2 $y=3x^2-12x+k=3(x^2-4x+4-4)+k$
$=3(x-2)^2-12+k$
최솟값이 -10이므로 $-12+k=-10$ $\therefore k=2$

4-1 $y=\frac{1}{3}(x+3)^2-4=\frac{1}{3}x^2+2x-1$
따라서 $a=2$, $b=-1$이므로 $a+b=1$이다.

4-2 $y=-2x^2+12x+2a-1=-2(x^2-6x+9-9)+2a-1$
$=-2(x-3)^2+2a+17$
$\therefore m=3$, $2a+17=5$
즉, $a=-6$, $m=3$이므로 $a+m=-3$

5-1 (1) 한 수를 x라 하면 다른 한 수는 $(14-x)$이므로 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(14-x)=-x^2+14x$
$=-(x^2-14x+49-49)=-(x-7)^2+49$
따라서 두 수의 곱은 $x=7$일 때, 최댓값 49를 가진다.
(2) 한 수가 $x=7$이므로 다른 한 수는 $14-7=7$이다.

5-2 두 수를 x, $x+12$라 하고 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(x+12)=x^2+12x=(x+6)^2-36$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -36이다.

6-1 꽃밭의 세로의 길이가 x m이면 가로의 길이는 $(20-2x)$ m이고 꽃밭의 넓이를 y m^2라 하면
$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$
$=-2(x^2-10x+25-25)=-2(x-5)^2+50$
따라서 $x=5$일 때 꽃밭의 넓이는 최대이다.

6-2 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(8+2x)$ cm, 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이므로
$y=(8+2x)(8-x)=-2x^2+8x+64$
$=-2(x^2-4x+4-4)+64=-2(x-2)^2+72$
따라서 $x=2$일 때, y의 값은 최대가 된다.

7-1 $h=-5t^2+30t=-5(t^2-6t+9)+45$
$=-5(t-3)^2+45$이므로
$t=3$일 때, 이 물체의 최대 높이는 45 m이다.

7-2 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8$
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 8 m이다.

실력다지기 p.094~095

01 ② **02** $\frac{3}{2}$ **03** ① **04** ③ **05** $(0, -4)$ **06** ③ **07** -2 **08** ② **09** ⑤ **10** 32π cm^2 **11** $\left(3, \frac{3}{2}\right)$ **12** ③ **13** ③ **14** $a\leq -\frac{3}{8}$ **15** $\frac{7}{4}$ **16** ②

01 ② $y=-(x-1)^2+5$ ③ $y=-(x+1)^2+3$
④ $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$

02 $y=-2x^2+6x=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$이므로 $M=\frac{9}{2}$
$y=\frac{1}{2}x^2+4x+5=\frac{1}{2}(x+4)^2-3$이므로 $m=-3$
$\therefore M+m=\frac{9}{2}-3=\frac{3}{2}$

03 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+k=-\frac{1}{4}(x^2-4x+4-4)+k$

$=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1+k$

여기서 최댓값이 $1+k$이므로 $1+k=-2$ $\quad\therefore k=-3$

04 $y=(x-3)^2-4=x^2-6x+5$

$2a=-6$, $b=5$이므로 $a=-3$, $b=5$ $\quad\therefore a+b=2$

05 $y=-x^2-6x+4+k=-(x^2+6x+9-9)+4+k$

$=-(x+3)^2+13+k$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 13+k)$이고 최댓값이 5이므로 $13+k=5$ $\quad\therefore k=-8$

따라서 주어진 이차함수의 식은 $y=-x^2-6x-4$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -4)$이다.

06 $y=a(x+2)^2+4$에 $x=-4$, $y=5$를 대입하면

$5=a(-4+2)^2+4$, $4a=1$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2+4=\frac{1}{4}x^2+x+5$이므로

$b=1$, $c=5$

$\therefore abc=\frac{5}{4}$

07 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동한 것이므로 $a=-2$

축의 방정식이 $x=1$이고 최댓값이 -2이므로

꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -2)$이다.

$\therefore y=-2(x-1)^2-2=-2x^2+4x-4$

따라서 $a=-2$, $b=4$, $c=-4$이므로 $a+b+c=-2$

08 단면의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(24-2x)=-2x^2+24x=-2(x-6)^2+72$

따라서 $x=6$일 때, 단면의 넓이가 최대가 된다.

09 $x+y=10$에서 $y=10-x$이므로

$2xy=2x(10-x)=-2x^2+20x=-2(x-5)^2+50$

따라서 $2xy$는 $x=5$일 때, 최댓값 50을 가진다.

10 두 원의 반지름의 길이를 각각 $x\,\text{cm}$, $(8-x)\,\text{cm}$로 놓고, 두 원의 넓이의 합을 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=\pi x^2+\pi(8-x)^2=\pi(2x^2-16x+64)$

$=2\pi(x-4)^2+32\pi$

11 점 A의 좌표를 $\left(a,\ -\frac{1}{2}a+3\right)$이라 하고,

□OBAC의 넓이를 y라 하면

$y=a\left(-\frac{1}{2}a+3\right)=-\frac{1}{2}a^2+3a$

$=-\frac{1}{2}(a^2-6a+9)+\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}(a-3)^2+\frac{9}{2}$

따라서 $a=3$일 때, □OBAC의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{2}$이므로 점 A의 좌표는 $\left(3,\ \frac{3}{2}\right)$이다.

12 ① $x=0$을 대입하면 $y=5$

②, ③ $y=-5x^2+10x+5=-5(x-1)^2+10$

④ $x=2$를 대입하면 $y=5$

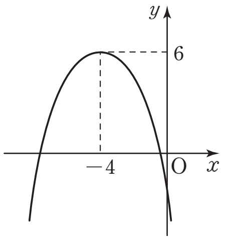
13 $y=a(x-1)(x-3)=a(x^2-4x+3)=a(x-2)^2-a$

최댓값이 $-a$이므로 $-a=2$ $\quad\therefore a=-2$

즉, $y=-2x^2+8x-6$이므로 $b=8$, $c=-6$

$\therefore a+b+c=-2+8-6=0$

14 이차함수 $y=a(x+4)^2+6$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 y축과의 교점의 y좌표가 0 이하이어야 한다.



즉, (y절편)≤ 0

$x=0$일 때, $y=16a+6\le 0$

$\therefore a\le -\frac{3}{8}$

15 두 점 P, Q의 x좌표를 a라 하면

점 P의 y좌표는 a^2+1이고, 점 Q의 y좌표는 $a-1$이다.

$\overline{PQ}=a^2+1-(a-1)=a^2-a+2=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

따라서 $a=\frac{1}{2}$일 때, 최솟값이 $\frac{7}{4}$이다.

16 주어진 그림은 직각이등변삼각형이고

$\overline{BD}=\overline{DG}=\overline{EC}=\overline{EF}$

$\overline{GD}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DE}=(20-2x)\,\text{cm}$이고

직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(20-2x)=-2x^2+20x=-2(x-5)^2+50$

따라서 $x=5$일 때, 최댓값은 50이다.

서술형 문제 p.096

01 2 02 (1) $-4k^2+8k$ (2) 4 03 (1) $(3,\ 16)$ (2) $l=-2k^2+16k+2$ (3) 34

01 $y=2x^2+2kx+1=2\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+1-\frac{k^2}{2}$

이 함수의 치역이 $\{y\,|\,y\ge -1\}$이므로

$1-\frac{k^2}{2}=-1$, $k^2=4$ $\quad\therefore k=2\ (\because k>0)$

02 (1) $y=x^2-4kx+8k=(x^2-4kx+4k^2-4k^2)+8k$

$=(x-2k)^2-4k^2+8k$

$x=2k$일 때, 최솟값 $-4k^2+8k$를 가지므로

$m=-4k^2+8k$

(2) $m=-4k^2+8k=-4(k^2-2k+1-1)$

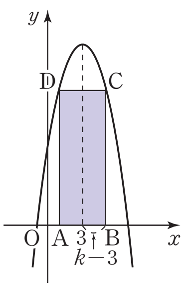
$=-4(k-1)^2+4$

따라서 m의 최댓값은 4이다.

03 (1) $y=-x^2+6x+7$

$=-(x-3)^2+16$의

꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 16)$



(2) $\overline{AB}=2(k-3)$

$\overline{BC}=-k^2+6k+7$이므로

$l=2(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=-2k^2+16k+2$

(3) $l=-2k^2+16k+2=-2(k^2-8k)+2$
$=-2(k-4)^2+34$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 34이다.

16강 실전! 모의 평가 2회

p.097~100

01 ② 02 ③ 03 ② 04 ④ 05 -4
06 ② 07 2 08 ③ 09 ② 10 $-\frac{4}{3}$
11 ④ 12 -4 13 7 14 ⑤ 15 ④ 16 -18
17 ④ 18 ③, ④ 19 6 20 ② 21 ①
22 ③ 23 ⑤ 24 -3 25 ④ 26 54
27 ⑤ 28 ① 29 ③ 30 200 cm^2

01 ② $x^2+2x-6=0$(이차방정식)

02 ③ $2\times2^2-3=2^2+1$

03 $x^2-2x-3=0$에서 $(x-3)(x+1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ $\quad\therefore A=\{-1, 3\}$
$x^2+3x+2=0$에서 $(x+1)(x+2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$ $\quad\therefore B=\{-2, -1\}$
$\therefore A\cap B=\{-1\}$

04 $x^2+6x+2a=-4$, $x^2+6x+9=-2a-4+9$
$(x+3)^2=-2a+5$
이것이 중근을 가지려면 $-2a+5=0$ $\quad\therefore a=\frac{5}{2}$

05 $x^2+ax-12=0$에 $x=-3$을 대입하면
$(-3)^2+a\times(-3)-12=0$, $-3a-3=0$
$\therefore a=-1$
$x^2-x-12=0$, $(x-4)(x+3)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=-3$
따라서 $b=4$이므로 $ab=-4$

06 $(x+a)^2=2$이므로 $x=-a\pm\sqrt{2}$
따라서 $a=-3$, $b=2$이므로 $a+b=-1$

07 $3x^2+2x-6=0 \Longrightarrow x^2+\frac{2}{3}x-2=0 \Longrightarrow x^2+\frac{2}{3}x=2$
$\Longrightarrow x^2+\frac{2}{3}x+\left(\frac{1}{3}\right)^2=2+\left(\frac{1}{3}\right)^2 \Longrightarrow \left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{19}{9}$
$\Longrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{19}}{3}$
따라서 $A=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$, $B=\frac{19}{9}$이므로 $B-A=2$

08 양변에 10을 곱하면 $4x^2-10x+3=0$에서
$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{4}$
따라서 $a=5$, $b=13$이므로 $a+b=18$

09 $(-5)^2-4(k-1)>0$이어야 하므로 $k<\frac{29}{4}$
따라서 정수 k의 최댓값은 7

10 $\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-3$이므로 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{4}{3}$

11 두 근을 각각 α, 2α라 하면
(두 근의 합)$=\alpha+2\alpha=15$ $\quad\therefore \alpha=5$
(두 근의 곱)$=2\alpha^2=a$ $\quad\therefore a=2\times5^2=50$

12 계수가 모두 유리수이고 한 근이 $3-\sqrt{7}$이면 다른 한 근은 $3+\sqrt{7}$이므로 근과 계수의 관계에서
$-a=(3-\sqrt{7})+(3+\sqrt{7})=6$ $\quad\therefore a=-6$
$b=(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})=9-7=2$ $\quad\therefore a+b=-4$

13 $x^2-4x-5=0$, $(x-5)(x+1)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=-1$
$ax^2+2x+b=0$의 근은 $x^2-4x-5=0$의 두 근 5, -1보다 각각 1이 작으므로 4와 -2이다.
$a(x-4)(x+2)=0$, $a(x^2-2x-8)=0$
$ax^2-2ax-8a=ax^2+2x+b=0$
$-2a=2$에서 $a=-1$, $-8a=b$에서 $b=8$
$\therefore a+b=7$

14 $-5t^2+35t+5=65$, $-5t^2+35t-60=0$
$-5(t^2-7t+12)=0$, $-5(t-3)(t-4)=0$
$\therefore t=3$ 또는 $t=4$

15 ㉠ $y=4x$(일차함수) ㉡ $y=x^2$(이차함수)
㉢ $y=\pi x^2$(이차함수) ㉣ $y=6x^2$(이차함수)
㉤ $y=x^3$(삼차함수)

16 $y=ax^2$에 점 $(2, -8)$을 대입하면
$-8=a\times2^2$ $\quad\therefore a=-2$
$y=-2x^2$에 점 $(3, k)$를 대입하면
$k=-2\times3^2=-18$

17 $y=ax^2+bx+c$에서 a의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
① $|2|=2$ ② $|1|=1$ ③ $\left|-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}$
④ $\left|-\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{5}$ ⑤ $\left|\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$
따라서 ④번의 폭이 가장 넓다.

18 오답풀이
① $y=-2x^2$의 그래프는 위로 볼록하다.
② $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프는 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$이다.
⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

19 $y=-2(x+1-p)^2-5+q$의 그래프와 $y=-2x^2$의 그래프가 일치하므로
$1-p=0$에서 $p=1$, $-5+q=0$에서 $q=5$
$\therefore p+q=6$

20 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제2사분면에 있으므로 $p<0$, $q>0$
이다.

21 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+1=\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+1$
$=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$
꼭짓점 $(2,\ -1)$이 $y=3x+b$를 지나므로 대입하면
$-1=3\times2+b \quad \therefore\ b=-7$

22 $y=-2x^2-8x-10=-2(x+2)^2-2$
오답풀이
① 위로 볼록하다.
② 축의 방정식은 $x=-2$이다.
④ y절편은 -10이다.
⑤ $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

23 $y=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+3=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$
따라서 이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $\left(-1,\ \frac{5}{2}\right)$이고
아래로 볼록하므로
$x<-1$에서 x의 값이 증가함에 따라 y의 값은 감소한다.

24 $y=2x^2+4x-2=2(x^2+2x+1-1)-2$
$=2(x+1)^2-4 \quad \cdots\cdots$ ㉠
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -4)$
$y=2x^2-4x+3=2(x^2-2x+1-1)+3$
$=2(x-1)^2+1 \quad \cdots\cdots$ ㉡
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$
㉡은 ㉠을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로 $m=2$, $n=5$
$\therefore\ m-n=2-5=-3$

25 $y=-x^2-x+6$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2-x+6$, $-(x+3)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=2$
$\therefore\ a+b=-1$
$y=-x^2-x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6 \quad \therefore\ c=6$
따라서 $a+b+c=5$

26 $x=-3$이 대칭축이므로 $y=-2(x+3)^2+q$
이 식에 점 $(0,\ 0)$을 대입하면
$0=-2\times(0+3)^2+q \quad \therefore\ q=18$
$y=-2(x+3)^2+18$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 18)$
$\therefore\ \mathrm{A}(-3,\ 18)$
$y=-2(x+3)^2+18=-2x^2-12x$에 $y=0$을 대입하면
$-2x^2-12x=0$, $x^2+6x=0$, $x(x+6)=0$
$\therefore\ x=0$ 또는 $x=-6 \quad \therefore\ \mathrm{B}(-6,\ 0)$
$\therefore\ \triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times6\times18=54$

27 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x+1)(x-3)$
$y=a(x+1)(x-3)$에 점 $(0,\ -2)$를 대입하면
$-2=a(0+1)(0-3)$, $-2=-3a \quad \therefore\ a=\frac{2}{3}$
$\therefore\ y=\frac{2}{3}(x+1)(x-3)=\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-2$
따라서 $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{4}{3}$, $c=-2$이므로 $9abc=16$

28 이차함수가 $x=-3$일 때, 최댓값 7을 가지므로
$y=-(x+3)^2+7=-(x^2+6x+9)+7$
$=-x^2-6x-2=-x^2+ax+b$
따라서 $a=-6$, $b=-2$이므로 $a+b=-8$

29 $y=-2(x-2k)^2+8k^2-16k$의 최댓값 $M=8k^2-16k$
$\therefore\ M=8k^2-16k=8(k-1)^2-8$
따라서 M의 최솟값은 -8

30 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 x cm, $(20-x)$ cm라 하고 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^2라 하면
$y=x^2+(20-x)^2=2x^2-40x+400=2(x-10)^2+200$
이므로 $x=10$일 때, 최솟값 200을 가진다.
따라서 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 200 cm^2이다.

17강 실전! 모의 평가 3회

p.101~104

01 ② **02** ④ **03** 21개 **04** ①, ④ **05** $\frac{\sqrt{21}}{3}$ **06** ⑤ **07** ④ **08** ③ **09** $\frac{7}{5}$ **10** ⑤ **11** -1 **12** ② **13** ④ **14** 10 **15** ③ **16** ③ **17** ④ **18** ③ **19** 1 **20** ④ **21** ⑤ **22** 1 m **23** ③ **24** ⑤ **25** 8 **26** ② **27** ④ **28** -2 **29** ② **30** 72

01 **오답풀이**
① $x^2=3$이면 $x=\pm\sqrt{3}$이다.
③ $-\sqrt{5}$는 5의 음의 제곱근이다.
④ $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=-a$이다.
⑤ 제곱근 4는 2이다.

02 $-2<x<2$일 때, $x-2<0$, $x+2>0$이므로
(주어진 식)$=-(x-2)-(x+2)$
$=-x+2-x-2=-2x$

03 $2\le\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $4\le x<25$이므로
자연수 x는 4, 5, 6, …, 24가 되어
$24-3=21$(개)이다.

04 색칠한 부분은 실수에서 유리수를 제외한 부분이므로 무리수 집합을 나타내고

$2.5\dot{3}$, $\sqrt{0.01}=0.1$, $-\sqrt{\frac{25}{4}}=-\frac{5}{2}$는 유리수이다.

05 $\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=3\sqrt{7}$이므로 $a=3$

$\sqrt{245}=\sqrt{7^2\times5}=7\sqrt{5}$이므로 $b=7$

$\therefore \sqrt{\frac{b}{a}}=\sqrt{\frac{7}{3}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$

06 $(\text{주어진 식})=\sqrt{4^2}-\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+2\times3$

$=4-3(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}+6$

$=4-6+1+6=5$

07 $x=\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=9-4\sqrt{5}$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{9-4\sqrt{5}}=\frac{9+4\sqrt{5}}{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}=9+4\sqrt{5}$

$\therefore x+\frac{1}{x}=(9-4\sqrt{5})+(9+4\sqrt{5})=18$

08 ① $\sqrt{0.0034}=\sqrt{\frac{34}{10000}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$

② $\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$

③ $\sqrt{340}=\sqrt{100\times3.4}=10\sqrt{3.4}$

④ $\sqrt{3400}=\sqrt{100\times34}=10\sqrt{34}$

⑤ $\sqrt{340000}=\sqrt{10000\times34}=100\sqrt{34}$

09 $\frac{1}{4}x^2+Ax+\frac{49}{25}=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times\frac{7}{5}+\left(\frac{7}{5}\right)^2$이므로

$A=2\times\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}=\frac{7}{5}$

10 오답풀이

① $8xy-4y^2=4y(2x-y)$

② $x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$

③ $4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)^2$

④ $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

11 $x^2+ax-4=(x-1)(x+\square)$로 놓으면

$-1+\square=a$, $-1\times\square=-4$, $\square=4$이므로 $a=3$

$3x^2-7x+b=(x-1)(3x+\triangle)$로 놓으면

$-3+\triangle=-7$, $-1\times\triangle=b$, $\triangle=-4$이므로 $b=4$

$\therefore a-b=3-4=-1$

12 $12^2+2\times3\times12+3^2=(12+3)^2$

$=15^2=225$

13 $2x-y=A$로 치환하면

$(\text{주어진 식})=A(A-7)-30=A^2-7A-30$

$=(A+3)(A-10)$

$=(2x-y+3)(2x-y-10)$

14 $(\text{주어진 식})=x^2-(y^2+2y+1)=x^2-(y+1)^2$

$=(x+y+1)(x-y-1)$

$=\{(\sqrt{5}-1)+1\}\{(2\sqrt{5}+1)-1\}$

$=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$

15 ㉡ $x+3=0$(일차방정식)

㉣ $x^2-x=0$(이차방정식)

16 $2x^2-ax-3a^2+2=0$에 $x=a$를 대입하면

$2a^2-a^2-3a^2+2=0$, $-2a^2+2=0$

$-2(a+1)(a-1)=0$ $\therefore a=1$ 또는 $a=-1$

따라서 $a=1$ ($\because a>0$)

$2x^2-x-1=0$, $(2x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{1}{2}$이다.

17 $x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ ……㉠

$x^2+4x-12=0$에서 $(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$ ……㉡

따라서 ㉠은 만족하지만 ㉡은 만족하지 않는 x의 값은 $x=1$이다.

18 $x^2-4x-2=0$에서 $x^2-4x=2$ $\therefore (x-2)^2=6$

따라서 $p=-2$, $q=6$이므로

$p^2+2pq+q^2=(p+q)^2=(-2+6)^2=16$

19 $x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-2\times a}}{2}=\frac{b\pm\sqrt{13}}{2}$

$9-2a=13$에서 $a=-2$, $b=3$ $\therefore a+b=1$

20 $ax^2+bx+c=0$에서 해를 갖지 않으려면

$b^2-4ac<0$이어야 하므로 $4^2-4\times1\times(2k-6)<0$

$16-8k+24<0$, $-8k<-40$ $\therefore k>5$

21 $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=-3$이므로

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{6}{-3}=-2$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{3}$

따라서 $x^2+2x-\frac{1}{3}=0$이므로 $3x^2+6x-1=0$

22 길의 너비를 x m$(0<x<4)$라 하면 화단의 넓이는 가로가 $(7-x)$ m, 세로가 $(8-2x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(7-x)(8-2x)=36$, $56-22x+2x^2=36$

$x^2-11x+10=0$, $(x-1)(x-10)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=10$

따라서 $0<x<4$이므로 길의 너비는 1 m이다.

23 이차항의 계수가 음수이면 위로 볼록한 포물선이고, 그 절댓값이 작을수록 폭이 넓어지므로 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프로 적당한 것은 ㉢이다.

24 ⑤ $y=-\frac{1}{3}(x+1)^2+2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

25 $y=-x^2+6x-2=-(x-3)^2+7$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 7)$

이때, $y=\frac{1}{3}(x-3)^2+7=\frac{1}{3}x^2-2x+10$

$=\frac{1}{3}x^2+bx+c$

따라서 $b=-2$, $c=10$이므로 $b+c=8$

26 $y=2x^2-8x+7=2(x-2)^2-1$ $\quad\therefore\ x>2$

27 x축과의 두 교점이 $(1,\ 0)$, $(5,\ 0)$이므로

$y=a(x-1)(x-5)$

$y=a(x-1)(x-5)$에 점 $(0,\ 2)$를 대입하면

$2=a(0-1)(0-5)$ $\quad\therefore\ a=\frac{2}{5}$

$y=\frac{2}{5}(x-1)(x-5)=\frac{2}{5}(x^2-6x+5)$

$=\frac{2}{5}x^2-\frac{12}{5}x+2$

따라서 $a=\frac{2}{5}$, $b=-\frac{12}{5}$, $c=2$이므로

$-a-b+c=-\frac{2}{5}+\frac{12}{5}+2=4$

28 $y=-3x^2+12x+2k-3=-3(x-2)^2+2k+9$

최댓값이 5이므로 $2k+9=5$ $\quad\therefore\ k=-2$

29 $y=a(x+1)^2+3$에 $x=1$, $y=7$을 대입하면

$7=4a+3$ $\quad\therefore\ a=1$

따라서 $y=(x+1)^2+3$ 즉, $y=x^2+2x+4$

30 x초 후 직사각형의 가로의 길이는 $(9-x)$cm

세로의 길이는 $(6+2x)$cm이므로

$y=(9-x)(6+2x)=-2x^2+12x+54$

$=-2(x-3)^2+72$

따라서 y의 최댓값은 72이다.

18강 실전! 모의 평가 4회

p.105~108

01 ④ 02 6 03 ④ 04 ① 05 ②
06 ② 07 $5+\sqrt{5}$ 08 ③ 09 3 10 ④
11 $(x-5)(x+2)$ 12 ② 13 ④ 14 ② 15 ③
16 4 17 ⑤ 18 14 19 ② 20 ④
21 ③ 22 14살 23 ① 24 -4 25 ④
26 ① 27 ③ 28 $x=2$ 29 ② 30 32 cm^2

01 (주어진 식)$=7-4\times\frac{3}{4}+5$

$=7-3+5=9$

02 $\sqrt{54x}=\sqrt{2\times3^3\times x}$가 자연수가 되려면

$2\times3^3\times x$가 (자연수)^{2}꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 $2\times3=6$이다.

03 오답풀이

① 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

② 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

⑤ 0과 $\sqrt{5}$ 사이에는 1, 2의 2개의 정수가 있다.

04 ① $(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}>0$ $\quad\therefore\ 4-\sqrt{3}>2$

05 $\sqrt{140}=\sqrt{2^2\times5\times7}=2\sqrt{5}\sqrt{7}=2ab$

06 $\sqrt{108}-\sqrt{50}+\sqrt{24}=6\sqrt{3}-5\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

$=6B-5A+2AB$ $(\because\ \sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{3})$

따라서 $p=-5$, $q=6$, $r=2$이므로

$p+q+r=-5+6+2=3$

07 $\square\mathrm{ABCD}=3^2-4\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$

$\square\mathrm{ABCD}$의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=5$, $x=\sqrt{5}$ $(\because\ x>0)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{5}$

점 P, Q는 점 B로부터 각각 왼쪽으로 $\sqrt{5}$, 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어져 있으므로 $\mathrm{P}(1-\sqrt{5})$, $\mathrm{Q}(1+\sqrt{5})$이다.

따라서 $a=1-\sqrt{5}$, $b=1+\sqrt{5}$이므로

$2a+3b=2(1-\sqrt{5})+3(1+\sqrt{5})=5+\sqrt{5}$

08 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$이므로

$1<4-\sqrt{5}<2$

따라서 $4-\sqrt{5}$의 정수 부분 $a=1$, 소수 부분 $b=3-\sqrt{5}$

$\therefore\ \frac{a}{3-b}=\frac{1}{3-(3-\sqrt{5})}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

09 $x+1>0$, $x-2<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$

$=x+1-(x-2)=3$

10 주어진 직사각형의 넓이의 총합은

$2\times x\times x+5\times x\times1+2\times1\times1=2x^2+5x+2$

$=(2x+1)(x+2)$

11 형준 : $(x-1)(x+10)=x^2+9x-10$이므로

바르게 본 것은 상수항 -10

미희 : $(x-6)(x+3)=x^2-3x-18$이므로

바르게 본 것은 x의 계수 -3

따라서 처음 이차식은 $x^2-3x-10$이므로

$x^2-3x-10=(x-5)(x+2)$

12 $\sqrt{52^2-48^2}=\sqrt{(52+48)(52-48)}$

$=\sqrt{100\times4}=20$

13 $x+3=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-2A-15=(A-5)(A+3)$

$=(x+3-5)(x+3+3)=(x-2)(x+6)$

따라서 구하는 일차식은 $x-2$, $x+6$이다.

$\therefore\ (x-2)+(x+6)=2x+4$

14 $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

이므로 $24=(7-1)(x-y+1)$

따라서 $x-y+1=4$이므로 $x-y=3$

15 $\{x\,|\,-1\le x\le 1$인 정수$\}=\{-1,\ 0,\ 1\}$이므로

$x=1$일 때, $1^2+2\times1-3=0$

16 $x^2-x-12=0$에서 $(x+3)(x-4)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=4$

따라서 $x^2+ax+a-1=0$의 한 근이 -3이므로

$9-3a+a-1=0,\ -2a=-8\quad \therefore\ a=4$

17 $\left(\dfrac{-4}{2}\right)^2=a+3$에서 $4=a+3\quad \therefore\ a=1$

따라서 $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0\quad \therefore\ m=2$

$\therefore\ a+m=3$

18 $A\cap B=\{-2\}$이므로

$x^2+x-a=0$은 $x=-2$를 근으로 갖는다.

$(-2)^2+(-2)-a=0,\ 2-a=0\quad \therefore\ a=2$

$x^2+x-2=0,\ (x+2)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1\quad \therefore\ A=\{-2,\ 1\}$

$A\cup B=\left\{-2,\ -\dfrac{2}{3},\ 1\right\}$, $A\cap B=\{-2\}$이므로

$B=\left\{-\dfrac{2}{3},\ -2\right\}$

따라서 $3x^2+bx+c=0$의 두 근은 $-\dfrac{2}{3}$, -2이다.

$3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)(x+2)=0,\ 3\left(x^2+\dfrac{8}{3}x+\dfrac{4}{3}\right)=0$

$3x^2+8x+4=0\quad \therefore\ b=8,\ c=4$

$\therefore\ a+b+c=2+8+4=14$

19 $(x+a)^2=\dfrac{b}{2}$이므로 $x=-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{2}}$

따라서 $-a=-2$, $\dfrac{b}{2}=5$이므로 $a=2,\ b=10$

$\therefore\ b-a=10-2=8$

20 양변에 6을 곱하면 $3(x+1)(x+3)=4x(x+2)$

$x^2-4x-9=0\quad \therefore\ x=2\pm\sqrt{13}$

21 $\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=2$이므로

$\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{36-4}{2}=16$

22 동생의 나이를 x살이라 하면

$(x+6)^2=2x^2+8$이므로 $x^2-12x-28=0$

$(x-14)(x+2)=0\quad \therefore\ x=14\ (\because\ x>0)$

따라서 동생의 나이는 14살이다.

23 ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉡, ㉣이다.

24 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로 $p=-1$

$y=a(x+1)^2$에 점 $(0,\ -3)$을 대입하면 $a=-3$

$\therefore\ a+p=-4$

25 주어진 함수와 x축에 대하여 대칭인 그래프는

$y=-2(x-2)^2+5$이다.

그런데 이 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로

$k=-2\times(3-2)^2+5=-2\times1+5=3$

26 $y=-\dfrac{3}{2}x^2+6x-3=-\dfrac{3}{2}(x^2-4x+4-4)-3$

$=-\dfrac{3}{2}(x-2)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이다.

27 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$에서 $b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로 $c>0$

28 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(-1,\ -16)$, $(0,\ -6)$, $(1,\ 0)$을 각각 대입하면

$-16=a-b+c,\ c=-6,\ 0=a+b+c$

$\therefore\ a=-2,\ b=8,\ c=-6$

$\therefore\ y=-2x^2+8x-6=-2(x^2-4x+4-4)-6$

$=-2(x-2)^2+2$

29 $y=-x^2-4x-m+3=-(x+2)^2-m+7$

이 함수의 치역이 $\{y\,|\,y\le2\}$이므로

$-m+7=2\quad \therefore\ m=5$

30 사다리꼴의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라 하면

$y=\dfrac{1}{2}\times(3+7-x)\times(6+x)=-\dfrac{1}{2}(x-2)^2+32$

즉, y는 $x=2$일 때 최댓값 32를 갖는다.

따라서 사다리꼴의 최대 넓이는 $32\ \text{cm}^2$이다.